

Mara Cotič

Razvijanje matematične pismenosti na razredni stopnji

Povzetek: Matematična pismenost temelji na matematičnem znanju in zaživi v naravnem in socialnem okolju. Posameznik jo razvija vse življenje. Matematično pismenost razvijamo pri reševanju realističnih problemov z uporabo šolskega znanja in širših kompetenc v manj strukturiranem kontekstu, kot je šolska situacija. Reševalci morajo sprejemati odločitve o tem, katere informacije in znanje so v dani problemski situaciji pomembne in kako naj jih smiselno uporabijo. Lahko bi rekli, da so problemi z začetnim oblikovanim nematematičnim kontekstom, ki vplivajo na rešitev in njeno interpretacijo, ključni za vrednotenje matematične pismenosti.

Matematično pismenost razvijamo s holističnim pristopom pri učenju in poučevanju: z raziskovalno dejavnostjo, reševanjem problemov iz vsakdanjega življenja, vključevanjem aktualnih vsebin in sodobnih tehnologij. V teoretičnem delu raziskave prikazujemo model poučevanja in učenja realističnih problemov, ki smo ga postavili za potrebe raziskave. Model vključuje štiri vrste realističnih problemov, ki izhajajo iz vsakdanjega življenja in naj bi jih učenci reševali na začetku šolanja. To so: realistični problemi, ki nimajo dovolj velikega števila podatkov za rešitev, realistični problemi, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev, realistični problemi z več rešitvami, realistični problemi, v katerih so si podatki nasprotujoči oziroma nimajo rešitev. V empiričnem delu predstavljamo rezultate raziskave, in sicer, da z ustreznim poučevanjem in učenjem pri otrocih razvijamo njihove sposobnosti za reševanje realističnih problemov in s tem matematično pismenost.

Ključne besede: pismenost, matematična pismenost, realistični problemi, pouk matematike

UDK: 372.47

Izvirni znanstveni prispevek

Dr. Mara Cotič, izredna profesorica, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta, Cankarjeva 5, 6000 Koper, Slovenija; e-naslov: mara.cotic@guest.arnes.si

Uvod

Pismenost je kulturna vrednota posameznika in družbe ter sodi med pglavitne dejavnike kvalitetnega in ustvarjalnega življenja v sodobni, hitro spreminjajoči se družbi. Jezik je sredstvo ustnega in pisnega sporazumevanja v raznovrstnih vsakdanjih situacijah, ki človeku omogočajo stike. Opismenjevanje je zato nenadomestljiva sestavina učenja ne le materinščine, drugih in tujih jezikov, temveč tudi preostalih predmetnih področij. Pojem pismenost je namreč sprva kot protipomenka pojma nepismenost označeval zgolj sposobnost za branje in zapisovanje. V drugi polovici prejšnjega stoletja pa je pojmovanje pismenosti dobilo širši pomen in se iz zgolj bralne pismenosti razširilo na sposobnost za pisno in ustno sporočanje na različnih področjih.

Komisija za razvoj pismenosti je v dokumentu Nacionalna strategija za razvoj pismenosti opredelila pismenost kot trajno razvijajočo se zmožnost posameznikov, da uporabljajo družbeno dogovorjene sisteme simbolov za sprejemanje, razumevanje, tvorjenje in uporabo besedil za življenje v družini, šoli, na delovnem mestu in v družbi. Pridobljeno znanje in spretnosti ter razvite sposobnosti posamezniku omogočajo uspešno in ustvarjalno osebno rast ter odgovorno delovanje v poklicnem in družbenem življenju. Kot zmožnost in družbena praksa pismenosti pridobivamo in razvijamo vse življenje v različnih okoliščinah in na različnih področjih ter prežemajo vse človekove dejavnosti (Bucik idr. 2006, str. 7).

Z razvojem družbe in vstopom sodobne tehnologije v vsakdanje življenje posameznika se pojem pismenost širi. Danes že najdemo pojme »strokovnih« pismenosti, kot so naravoslovna, družboslovna, glasbena, računalniška, politična pismenost ipd., pa tudi pojem matematična pismenost.

Matematična pismenost

Čeprav ni enotne definicije za matematično pismenost, bi lahko povzeli, da pojem matematična pismenost pomeni zmožnost za zaznavanje, razumevanje in uporabo matematičnih argumentov v vsakdanjem življenju. Pomembna je zlasti

zmožnost za prirejanje matematičnega argumenta iz znane situacije v neznano oziroma uporaba matematičnih argumentov v novih situacijah.

Ne bi se mogli strinjati s tem, da bi matematično pismenost enačili z računsko, saj pomeni v resnici več kot le to, če privzamemo, da »računska pismenost (Quantitative Literacy) zajema sposobnost za razumevanje in uporabo osnovnih računskih operacij, ki jih vsebujejo različni pisni viri (izpolnjevanje naročilnic, čekov ...). Zajete so vse štiri osnovne računске operacije: seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje, ki se pojavljajo posamezno ali v kombinacijah, v številčni ali drugače opredeljeni količini v pisni obliki.« (Možina 2001, str. 3)

Matematična pismenost ni zgolj skupek znanj ali spretnosti, ampak pristop pri reševanju situacije, pri katerem se pokaže sposobnost za smiselno delo z numeričnimi oziroma matematičnimi podatki, ki so bili zaznani, in smiselnih odločitev. Gre torej za miselno iskanje vzorcev in ne za upoštevanje danih navodil.

Matematično pismen človek mora znati nekaj matematike, vendar pa pismenost ni povsem odvisna od znanja matematike. Nekdo, ki dobro pozna formalne abstraktne matematične pojme, a ne zazna matematičnih plati v svoji okolici, ni matematično pismen v nasprotju z nekom, ki morda obvlada le elementarno aritmetiko in geometrijo in vidi matematične argumente okoli sebe. Kdor torej pozna matematiko le kot kup algoritmov, ki jih je treba pomniti, gotovo ni matematično pismen. Pomembno je razumevanje, ki omogoča uporabo matematičnih idej pri podobnih primerih in v novih situacijah. Matematična pismenost ni odvisna od »količine« matematike, ki jo posameznik zna, ampak od tega, kako zna matematiko uporabiti v vsakdanjem življenju.

Pričakovati je, da bo osnovna šola izobrazila matematično pismenega človeka, da se bo torej znašel v vsakdanjem življenju: znal bo komunicirati, sprejemati informacije in prave odločitve, in sicer doma, v službi in družbi nasploh.

Da bi človek prepoznal matematično strukturo v določeni situaciji, je potrebno določeno znanje matematike. Čeprav poznavanje nekaterih temeljnih matematičnih algoritmov, kot je na primer algoritem množenja decimalnih števil, še ne zagotavlja matematične pismenosti, pa bi brez tega znanja težko dosegli matematično pismenost. Vsekakor je potrebno odločiti, katere matematične algoritme naj bi človek usvojil, da bi lahko postavili merilo za matematično pismenost. Ker se zahteve po znanju sčasoma spreminjajo in so v različnih državah različne, se spreminjajo tudi merila.

Lahko bi celo govorili o pričakovanem širjenju matematične pismenosti; preverjali naj bi jo ob koncu obdobja šolanja glede na to, katere matematične koncepte in algoritme so učenci usvojili.

Kot smo že omenili, poglobljanje matematičnega znanja ne zagotavlja večje matematične pismenosti. Pouk matematike je največkrat usmerjen v učenje matematičnih konceptov in algoritmov, ne da bi upoštevali uporabo le-teh v vsakdanjem življenju. S pojmom matematična pismenost pa razumemo prav zmožnost za uporabo matematičnih argumentov v življenjskih situacijah, ki so same po sebi zelo raznolike in navadno bolj zapletene od večine standardnih šolskih primerov oziroma problemov. Pri pouku matematike se sicer soočamo tudi z orodji, ki bi bila uporabna za večanje matematične pismenosti, vendar pa večinoma ne razvijamo ustreznih spretnosti in »prožnosti«.

V okviru raziskave PISA je omenjena matematična pismenost, ki se preverja pri 15-letnih učencih oziroma dijakih. Definirana je kot sposobnost za prepoznavanje in razumevanje vloge, ki jo ima matematika v svetu, sposobnost za sprejemanje dobro utemeljenih odločitev in sposobnost za uporabo in vpletenost matematike na načine, ki izpolnjujejo potrebe življenja človeka kot konstruktivnega in razmišljajočega posameznika (Repež, Drobnič Vidic in Štraus 2008).

Matematična pismenost, kot je definirana v okviru raziskave PISA (2006), se zdi v neskladju s »strogo« matematično pismenostjo, če le-to razumemo kot sposobnost posameznika v »matematičnem svetu« oziroma matematičnem kontekstu. Tako pridemo do spoznanja, da lahko definiramo matematično pismenost glede na potrebe določene skupnosti. Matematično pismenost, kot je definirana za potrebe raziskave PISA, bi lahko imeli za določeno osnovno matematično pismenost, ki je potrebna za kvalitetno življenje v sodobni družbi. Vsekakor je za določene profesionalne smeri potrebna višja matematična pismenost, vendar so v različnih strokah potrebne različne matematične vsebine in različne kompetence, zato je skorajda nemogoče postaviti okvire in definicije za vse te matematične pismenosti.

Odslej bomo s pojmom matematična pismenost razumeli osnovno matematično pismenost, to je posameznikovo sposobnost za zaznavanje matematike in razumevanja njene vloge v vsakdanjem življenju, sposobnost za utemeljeno presojanje ter vključevanje matematike za uspešno izpolnjevanje potreb vedoželjnega, skrbnega in razmišljajočega posameznika.

Kako do matematične pismenosti

Ker naj bi osnovna šola izobrazila matematično pismenega človeka, je pomembno preveriti, katere matematične vsebine naj bi učenec usvojil in znal uporabljati v vsakdanjem življenju, da bi ob koncu osnovne šole ustrezal merilom za matematično pismenost. Ker pa gre pri matematični pismenosti za uporabo matematičnega znanja v različnih življenjskih okoliščinah, ni dovolj, da se učenci matematično opismenjujejo le pri pouku matematike. Prav tako ne gre vedno za sočasno usvajanje matematičnih konceptov in algoritmov na eni strani ter uporabo matematičnih idej v različnih življenjskih okoliščinah na drugi. Če želimo učinkovito opismenjevati, moramo učence usklajeno vključevati v uporabo matematičnih pojmov in algoritmov pri drugih predmetih ter opismenjevanje nadaljevati tudi na naslednjih stopnjah šolanja.

Ena izmed negativnih plati opismenjevanja je prav pouk oziroma učenje matematike, kot ga srečujemo v šolah. Ne gre za matematične vsebine, ki so predpisane s kurikulumom, čeprav bi morali tudi to prevetriti ob predhodnem dogovoru v zvezi z merilom matematične pismenosti. Način poučevanja oziroma učenja je namreč največkrat usmerjen v poučevanje in kot posledica tudi v učenje za preizkus znanja. Temelj matematične pismenosti sta prepoznavanje in razumevanje vloge matematike ter smiselna uporaba matematike v vsakdanjem življenju, to pa se močno razlikuje od izkušenj, pridobljenih v šoli. Učenci so usmerjeni v učenje postopkov reševanja problemov, kot je pokazal učitelj v šoli in kot so sami »utrčili«

s podobnimi problemi doma. Zelo malo učencev poišče splošna pravila, ki olajšajo reševanje problemov, ker ne vidijo smisla v učenju postopkov na pamet. Presemetljivo veliko učencev se raje odloča za učenje postopkov na pamet. Pravzaprav jih za to spodbujajo učitelji, saj za vsak problem pokažejo, kako ga rešujemo po natančno določenem postopku, kot bi vstavljali v enačbo posamezne vrednosti (Wagener idr. 1990).

V takih primerih se učenci niti ne zavedajo, kakšna je vsebina problema oziroma za kakšno problemsko situacijo gre. Več raziskav je pokazalo, da učenci v besedilnih nalogah ne vidijo problemske situacije (Greer 1993; Verschaffel, De Corte in Lasure 1994; 1999). Končnega rezultata ne znajo smiselno povezati z besedilom problema, rezultat, ki ga dobijo s strogim upoštevanjem naučenega postopka, nekritično jemljejo kot pravičnega. Na vprašanje, zakaj niso upoštevali resničnih okoliščin v posamezni nalogi, so nekateri odgovorili, da so sicer razumeli problem, a da ga nikoli ne bi vključili v reševanje matematičnega problema, češ da gre pri matematiki na primer za seštevanje, pri seštevanju pa ne potrebujemo resničnih okoliščin. Veliko učencev torej sploh ne uporablja znanj o resničnem svetu oziroma izkušenj iz vsakdanjega življenja niti pri reševanju problemov iz vsakdanjega življenja, če so le-ti povezani s poukom ali učenjem matematike.

Kot so pokazale raziskave, se situacija tako rekoč ne izboljša, če učencem vnaprej povemo, naj bodo pozorni na probleme, ker so težavni in nekateri morda celo nimajo enoličnih rešitev (Reusser in Stebler 1997). Niti vnaprejšnje opozorilo ne zmanjša prepričanj učencev, da znanja in izkušnje iz realnega življenja niso pomembni pri reševanju »matematičnih« problemov. V nasprotju s tem pa je večina učencev pokazala sposobnosti za reševanje problema, če jim je bil predstavljen kot »projekt«: v »realistični« nalogi so iskali pot do rešitve (DeFranco in Curcio 1997; Reusser in Stebler 1997; Wyndham in Säljö 1997).

Sklepamo lahko, da ne kaže, da bi bil vzrok za težave pri reševanju matematičnih problemov, povezanih z vsakdanjim življenjem, miselni primanjkljaj pri učencih, ampak to, da se držijo določenih priučenih pravil igre. Običajni matematični problemi oziroma besedilne naloge, ki jih srečujemo pri matematiki, so še vedno precej »rigidni« (Cotič 1998).

Besedilne naloge kot odsev realne življenjske okoliščine bi morale pritegniti učence, da bi uporabili izkušnje iz vsakdanjega življenja. V resnici pa jih učenci jemljejo kot nekakšnega nebodigatreba, pri katerem se podatki pojavljajo v besedilu, namesto da bi bili zapisani, kot »pričakujemo« od matematike, to je v obliki računa, enačbe ali vsaj v urejenem stolpcu, da bi jih lahko neposredno vstavili v primerno formulo. Besedila ne razumejo kot opisa problemske situacije, zato ga velikokrat niti ne preberejo dovolj pozorno, da bi ga razumeli. Gotovo je eden izmed razlogov za to že sam način reševanja problemov v šoli in pri domačih nalogah. Ko na primer v šoli utrjujejo odštevanje, je že vnaprej znano, da bo potrebno števila, ki nastopajo v besedilu problema, odšteti. Na hitro torej preletimo besedilo problema, poiščemo števila in zapišemo račun za odštevanje, ne da bi se posvetili opisani problemski situaciji in se o njej pogovorili. To se ponovi pri domačih nalogah: učenci ne preberejo nalog tako, da bi lahko premislili o opisani problemski

situaciji in poiskali rešitev na osnovi premisleka, ampak s števili, ki jih opazijo v besedilu, oblikujejo račun odštevanja.

Pravzaprav obstajata dva vzroka za to. Eden je v samih »standardnih« matematičnih problemih, ki jih najdemo v učbenikih in zbirkah vaj. Če so preveč enolični in po vsebini revni, jih učenci sčasoma ne doživljajo več kot opisov problemske situacije, ampak kot zapis izmišljene situacije, iz katerega morajo prepisati števila ali kake druge podatke, da bi lahko oblikovali račun ali opravili določen algoritem in prišli do rešitve. Naučeni avtomatizem je učinkovit tudi na vseh preverjanjih in preizkusih znanja, ki sledijo v razmeroma kratkem času po obravnavi določene tematike, s katero so povezani ti »značilni« problemi (Stern 1992). Drugi vzrok je v načinu poučevanja reševanja problemov, zlasti v nezadostnem poudarjanju problemske situacije. Še vedno je med učitelji zakoreninjeno prepričanje o potrebi po veliko stereotipnih vajah, da bi se lahko učenci naučili postopka reševanja problema določenega tipa. Tako zlasti v času, namenjenemu utrjevanju, rešujejo probleme kot po tekočem traku, ne da bi se pogovorili in premislili o vsebinah besedilnih nalog. Velikokrat je opuščeno zapisovanje odgovorov, češ da bi to vzelo preveč časa, ali pa celo zapisujejo samo račun oziroma začetek algoritma kot recept za rešitev problema z navodilom, da je »od tod naprej tako samo računanje, računa pa lahko vsak sam doma« (Fennema in Loef 1992; Thompson 1992; Vershaffel, De Corte in Borghart 1997).

Realistični (avtentični) problemi

V ospredju matematične pismenosti je predvsem povezava matematike z realnim svetom, torej uporaba matematike v različnih problemskih situacijah (osebnih, izobraževalnih, družbenih in znanstvenih), v katere so umeščeni problemi. Sposobnost za uporabo matematike je torej tesno povezana s problemskimi znanji, to je znanji o uporabi obstoječih znanj v novih situacijah.

Za učenca pa tudi odraslega naj bi bila matematika s svojimi koncepti in metodami predvsem pomembno sredstvo za razumevanje, prikazovanje in kritično interpretacijo stvarnosti ter za zavestno delovanje v njej. Zato učencem ne bi smeli zastavljati samo nerealnih, poenostavljenih, »abstraktnih« in »izumetničenih« problemov z rigidno strukturo, ampak tudi probleme, ki izhajajo iz učenčevih realnih situacij, tako imenovane *realistične probleme*. Poleg tradicionalnih matematičnih problemov naj bi učencem pri pouku matematike zastavljali še te vrste *realističnih problemov*:

- realistične probleme, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev,
- realistične probleme, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev,
- realistične probleme z več rešitvami,
- realistične probleme, v katerih so podatki nasprotujoči si oziroma nimajo rešitev.

Realistični problemi, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev

Ločimo dve vrsti problemov, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev. Pri enih so podatki dani implicitno. Čeprav niso zapisani s številom, lahko razberemo iz besedila, kje jih lahko poiščemo oziroma na kakšen način pridemo do njih. Potem jih eksplicitno zapišemo. Pri tako zastavljenih problemih se reševanje začne že pri identifikaciji in iskanju podatkov.

Učencu zastavimo še probleme, v katerih podatki manjkajo in jih ni mogoče na noben način definirati (ne eksplicitno ne implicitno), torej jih ne moremo niti poiskati. V takih primerih pravzaprav ne moremo govoriti o pravih problemih, ampak o odprtih problemskih situacijah, v katerih naj bi učenec sam določil smiselno vrednost manjkajočega podatka, to pa za učenca ni preprosto.

Ko z učenci prvič rešujemo probleme, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev, jim pomagamo z vprašanji:

- Ali lahko rešiš problem?
- Zakaj ne?
- Kateri podatek manjka?
- Ali lahko poiščeš manjkajoči podatek?
- Kje oziroma kako boš poiskal manjkajoči podatek? (Če ga ne moreš poiskati, ga določi sam.)
- Dopolni problem.

Realistični problemi, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev

Tudi probleme s preveč podatki srečujemo vsak dan, saj smo preplavljeni z množico informacij, med temi pa je treba poiskati tiste, ki jih potrebujemo za rešitev problema.

Ko se učenci prvič srečajo s takimi problemi, jim učitelj pomaga z vprašanji:

- Ali so vsi podatki potrebni za rešitev problema?
- Kateri niso potrebni za rešitev problema? Zakaj?
- Kateri podatki so potrebni za rešitev problema? Zakaj?

Realistični problemi, v katerih so si podatki nasprotujoči

Pri takih problemih učenca navajamo, da ne sme podatkov nikoli nekritično privzeti, ampak jih mora natančno analizirati oziroma preveriti, ali je med njimi logična zveza (Tenuta 1992, str. 88).

Uvideti, da so si podatki v problemu nasprotujoči, pomeni spoznati, da problem s takimi podatki ni rešljiv. Ugotoviti, kje je ovira, ki preprečuje rešitev, zahteva od učenca velik miselni napor. Če učenci redko rešujejo probleme take vrste, je dobrodošel namig, naj v nalogi poiščejo protislovne podatke.

Realistični problemi z več rešitvami

Tradicionalni pouk matematike pozna večinoma probleme z eno rešitvijo. Če pa želimo naučiti učenca, da bo znal uporabljati matematiko v konkretnih življenjskih okoliščinah, je nujno, da ga seznanimo s problemi z več rešitvami. Vsakdanji problemi namreč nimajo skoraj nikdar ene same rešitve. Včasih rešitev ne obstaja, drugič obstaja več različnih rešitev, izmed teh pa je potrebno izbrati glede na situacijo najboljšo oziroma najbolj sprejemljivo. Torej se »najboljša« rešitev spreminja glede na okoliščine oziroma glede na osebo, ki je v določeni situaciji. Poleg tega pa taki problemi učencu omogočajo spoznanja, da matematika ni dogmatična disciplina, v kateri ima vsaka situacija že vnaprej določeno natanko eno rešitev.

Empirični del

Namen raziskave

Namen raziskave je bil vpeljati realistične probleme pri pouku matematike na razredni stopnji. V raziskavi smo uporabili procesno-didaktični pristop poučevanja in učenja matematike s problemskimi situacijami, ki izhajajo iz učencevih življenjskih izkušenj (Žakelj 2004).

Procesno-didaktični pristop gradi na kognitivnem in socialno-kognitivnem konfliktu; pri učencih ga sprožimo s smiselno postavljenimi vprašanji, izzivi, problemskimi situacijami in jim lahko pomaga pri:

- spreminjanju napačnih ali nepopolnih pojmovnih predstav (preverjanju razumevanja pojmov),
- uvidu v smiselnost učenja novih vsebin (zakaj je novo znanje potrebno, kje ga lahko uporabimo),
- navezovanju na obstoječo mrežo znanja (učenec novo znanje poveže z znanjem, ki ga že ima),
- povezovanju znanja (znotraj predmeta ali medpredmetno).

Procesnodidaktični pristop upošteva, da imajo *izkustveno učenje* (modeliranje, samostojno iskanje virov, iskanje podobnosti in povezav, iskanje primerov in nasprotnih primerov ...), *dialog* ter različne oblike *sodelovanja* (vpliv socialnih interakcij) pomembno vlogo pri konstrukciji znanja. Spodbuja razvoj problemskih znanj (reševanje odprtih problemov, razumevanje problemske situacije, postavljanje vprašanj, učenje strategij reševanja problemov, postavljanje ugotovitev, predstavitev rezultatov, utemeljevanje ...) ter uvaja oblike uporabnosti matematike na drugih področjih in povezovanje znanja. Pri reševanju problemov je poudarek na procesih oz. strategijah reševanja, utemeljevanju, preverjanju rešitev, predstavitvi rezultatov, izmenjavi mnenj (prav tam).

Vpeljali smo *realistične probleme* s preveč, premalo in nasprotujočimi si podatki ter *realistične probleme z več rešitvami* in strategijami reševanja. Tako učenje je koristno tudi zato, ker s tem osmislimo matematične vsebine. Matematika

tako ni namenjena sama sebi, ampak je uporabna v življenju. Samo na tak način razvijamo zmožnost otroka, bodočega odraslega, za prepoznavanje in razumevanje vloge matematike v njegovem okolju, da bo znal smiselno utemeljiti svoje trditve in odločitve ter pri svojih dejavnostih uporabljati matematiko na način, ki omogoča dejavno, odgovorno in refleksivno delovanje v družbi. Z raziskavo smo ta model preverili v učni praksi.

Dobljeni rezultati naj bi predvsem *pripomogli k specialni didaktiki matematike*, tako da bi:

- pomagali pri posodobitvi kurikula za matematiko v osnovni šoli,
- pripomogli k izboljšanju pouka matematike in s tem izboljšanju matematične pismenosti pri otrocih.

Raziskovalne hipoteze

H1: Eksperimentalna skupina bo uspešnejše kot kontrolna skupina reševala realistične probleme s preveč podatki.

H2: Eksperimentalna skupina bo uspešnejše kot kontrolna skupina reševala realistične probleme s premalo podatki.

H3: Eksperimentalna skupina bo uspešnejše kot kontrolna skupina reševala realistične probleme z več rešitvami.

H4: Eksperimentalna skupina bo uspešnejše kot kontrolna skupina reševala realistične probleme z nasprotujočimi podatki.

Raziskovalna metodologija

Osnovna raziskovalna metoda in raziskovalni pristop

V raziskavi je bil v okviru empiričnega raziskovalnega pristopa uporabljen *pedagoški eksperiment*, ker je primeren pri preučevanju novosti, ki jih vnašamo v pouk matematike. Torej je bila v naši raziskavi uporabljena *kavzalna-eksperimentalna metoda*.

Model eksperimenta

Načrtovali smo *enofaktorski model* eksperimenta s šolskimi oddelki kot primerjalnimi skupinami *z dvema modalitetama*. Za primerjalne skupine smo vzeli obstoječe oddelke tretjega razreda na različnih osnovnih šolah.

Skupino, v katero smo uvedli eksperimentalni faktor, smo imenovali eksperimentalna skupina (ES); skupino, v kateri so učiteljice poučevale na tradicionalen način, pa kontrolna skupina (KS).

V skupini ES smo realistične probleme vpeljali s procesnodidaktičnim pristopom. Procesnodidaktični pristop poudarja procese, skozi katere gredo učenci pri konstrukciji znanja. Poučevanje upošteva različne stile spoznavanja, učenja in

poučevanja. V KS smo probleme vpeljali s transmisijским pristopom, ki je usmerjen v podajanje in sprejemanje znanja. V preglednici 1 predstavljamo didaktične plati reševanja problemov pri procesnodidaktičnem in transmisijским pristopu.

PROBLEM	
Procesnodidaktični pristop	Transmisijский pristop
NAMEN	
Poudarek je na procesih in strategijah reševanja. Učenci se učijo uporabljati vsebinska in procesna znanja. Tako kot rezultati in rešitve problemov so pomembni tudi pristopi k reševanju.	Cilj je predvsem rešiti problem, priti do rezultata. V ospredju je reproduktivno-aplikativna raven uporabe znanja.
REŠEVANJE	
<p><i>Reševanje kompleksnih in odprtih problemov.</i> Razišči trikotnike, ki imajo ploščino 12 cm^2.</p> <p><i>Metode dela / pristop pri reševanju</i> Učenci samostojno (ali ob delni pomoči in spodbudah učitelja) oblikujejo raziskovalna vprašanja, individualno, v dvojicah ali skupinah, iščejo strategije za reševanje problema, reševanje nalog ne poteka po vnaprej naučenih ali znanih postopkih.</p> <p><i>Predstavitev rezultatov / utemeljevanje</i> Predstavijo in utemeljijo tako ideje kot poti reševanja in rešitve. Učijo se utemeljevati na ravni jezika kot uvod v interpretacijo (raziskave, odprti problemi). Učijo se utemeljevanja na ravni predmeta, refleksije. Izkušnje z utemeljevanjem so lahko uvod v (matematično) dokazovanje.</p>	<p><i>Reševanje večjega števila krajših nalog.</i> Izračunaj ploščine trikotnikov pri danih podatkih. Kateri kot je danemu kotu suplementaren in kateri komplementaren.</p> <p><i>Metode dela / pristop pri reševanju</i> Poudarek je na reševanju tipskih nalog, uporabi pravil in zakonov. V ospredju je rešitev problema, pot je manj pomembna. Pri reševanju nalog učitelj poda navodila, (včasih) tudi korake reševanja, (včasih) sam demonstrira, kako je treba rešiti probleme, skrbno spremlja delo, učencem daje natančne informacije, v kolikšni meri so se približali rešitvi.</p> <p><i>Predstavitev rezultatov</i> Idej in poti reševanja po navadi ne predstavijo. Zadostuje predstavitev rezultata. Utemeljevanja je malo, v ospredju je bolj predstavitev dobljenih rezultatov.</p>

Preglednica 1: Didaktični vidiki reševanja problemov pri procesnodidaktičnem in transmisijским pristopu (Žakelj 2003).

Ekspertimentalna skupina je bila torej deležna popolne ekspertimentalne obravnave; vključevala je:

- realistične matematične probleme,
- strategije reševanja realističnega matematičnega problema.

Vzorec eksperimenta

V eksperimentu je sodelovalo 134 učencev tretjega razreda iz obalnih osnovnih šol. Učenci so bili razdeljeni v dve skupini: eksperimentalno (ES) in kontrolno skupino (KS).

V eksperimentalno skupino (ES) je bilo vključenih 66 učencev, v kontrolno skupino (KS) pa 68 učencev.

Spremenljivke

Vse spremenljivke smo razdelili v tri skupine: neodvisne, odvisne in kontrolne spremenljivke. Neodvisna spremenljivka je eksperimentalni dejavnik. K odvisnim spremenljivkam sodijo vse spremenljivke, s katerimi smo preverjali znanje učencev v eksperimentalni skupini (ES) in kontrolni skupini (KS). Odvisne spremenljivke so:

- dosežki otrok pri realističnih problemih s preveč podatki,
- dosežki otrok pri realističnih problemih s premalo podatki,
- dosežki otrok pri realističnih problemih z več rešitvami,
- dosežki otrok pri realističnih problemih z nasprotujočimi si podatki.

Kontrolne spremenljivke:

- učenčev uspeh pri matematiki,
- učenčev uspeh pri slovenskem jeziku,
- socialno-ekonomski status (SES) učenčeve družine (SES smo oblikovali na osnovi izobrazbe matere).

Potek raziskave in zbiranje podatkov

Raziskava je potekala šest mesecev, in sicer v šolskem letu 2008/2009. Imela je pet faz.

1. faza	Izobraževanje raziskovalcev in priprava gradiv za učitelje. Formiranje eksperimentalne in kontrolne skupine učiteljev.
2. faza	Pripravljanje učiteljev iz eksperimentalne skupine na eksperiment.
3. faza	Izvedeno je bilo <i>testiranje izhodiščnega znanja</i> pred uvedbo eksperimentalnega faktorja v oddelkih tretjega razreda osnovnih šol v ES in KS.
4. faza	Vpeljava eksperimentalnega dejavnika v eksperimentalno skupino.
5. faza	Izvedeno je bilo testiranje znanja ob koncu eksperimenta v ES in KS.

Preglednica 2: Prikaz poteka raziskave.

Testa znanja (začetnega in končnega) za raziskave smo izdelali sami in jima določili najpomembnejše merske značilnosti: veljavnost, objektivnost, zanesljivost in občutljivost.

Začetni in končni test sta vsebovala po osem nalog. Sedem nalog je bilo odprtega tipa, pri eni nalogi je bilo potrebno obkrožiti enega izmed ponujenih odgovorov.

Obdelava podatkov

Statistična obdelava podatkov je bila izvedena s statističnim programskim paketom SPSS16. Za ugotavljanje razlik v znanju matematike na vseh ravneh znanja med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na začetku in koncu eksperimenta smo uporabili Levenov test homogenosti varianc in t-preizkus.

Rezultati in interpretacija

Rezultate smo interpretirali v skladu z zahtevo po preglednosti in logiki dokazovanja postavljenih hipotez. Pri vsaki interpretaciji rezultatov je dodana še tabela z rezultati. Pri preizkusu hipotez smo se ravnali po pravilu, da je največje dopustno tveganje za zavrnitev hipoteze 5-odstotna napaka. Na začetku eksperimenta smo analizirali razlike v uspešnosti reševanja realističnih problemov s t-testom, ki je pokazal, da razlike v znanju med ES in KS niso statistično pomembne.

Analizirajmo razlike v uspešnosti reševanja realističnih problemov med učenci ES in KS ob koncu eksperimenta. Za lažje spremljanje rezultatov je potrebno prikazati, katere okrajšave oziroma oznake smo uporabljali za rezultate:

<i>Končni test</i>	<i>Opis testa</i>
Preveč podatkov	Dosežki učencev pri reševanju realističnih problemov s preveč podatki.
Premalo podatkov	Dosežki učencev pri reševanju realističnih problemov s premalo podatki.
Več rešitev	Dosežki učencev pri reševanju realističnih problemov z več rešitvami.
Nasprotujoči si podatki	Dosežki učencev pri reševanju realističnih problemov z nasprotujočimi podatki.

Preglednica 3: Prikaz okrajšav oziroma oznak, ki smo jih uporabljali.

Analiza razlik v znanju reševanja realističnih problemov med učenci eksperimentalne (ES) in kontrolne skupine (KS) v končnem stanju

Glavni namen naše raziskave je bil preveriti hipotezo, da so učenci iz ES, ki so bili deležni novega modela poučevanja in učenja realističnih problemov, uspešnejši pri reševanju vseh vrst realističnih problemov kot učenci iz KS, ki so bili deležni klasičnega poučevanja in učenja problemov.

<i>Dosežki učencev (končni test)</i>							
<i>Test</i>	<i>Skupina</i>	<i>n</i>	<i>Dosežki v %</i>	<i>Aritmetična sredina</i>	<i>Standardni odklon</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>
	ES	66	73,20	3,66	1,254	0,00	5,00
Preveč podatkov	KS	68	47,20	2,36	1,407	1,00	5,00
	ES	66	91,50	3,66	0,669	0,67	4,00
Premalo podatkov	KS	68	81,25	3,25	0,952	0,00	4,00
	ES	66	68,63	5,49	1,895	0,25	8,00
Več rešitev	KS	68	45,13	3,61	2,280	0,00	7,75
	ES	66	71,80	3,59	1,105	0,25	5,00
Nasprotujoči podatki	KS	68	64,00	3,20	1,128	0,50	5,00

Preglednica 4: Osnovne statistične ocene pri nalogah, ki so merile znanje reševanja realističnih problemov s preveč podatki, s premalo podatki, z več rešitvami in z nasprotujočimi si podatki na končnem testu.

Če primerjamo razlike v aritmetičnih sredinah vseh spremenljivk med ES in KS (preglednica 4), ugotovimo, da je bila ES uspešnejša pri reševanju vseh vrst realističnih problemov.

Z Levenovim testom homogenosti varianc in t-preizkusom smo preverili, v katerih spremenljivkah sta se skupini na koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali.

	<i>Levenov test homogenosti varianc</i>		<i>t-preizkus</i>	
	<i>F</i>	<i>p</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
T2 Preveč podatkov	0,004	0,949	5,516	0,000
T2 Premalo podatkov	5,752	0,018	*2,995	0,004
T2 Več rešitev	0,285	0,594	5,040	0,000
T2 Nasprotujoči podatki	0,458	0,500	2,031	0,044

Preglednica 5: Prikaz razlik v znanju reševanja matematičnih problemov ES in KS na končnem testu znanja. (Uporabljena je bila Cochran-Coxova aproksimativna metoda t-testa.)*

Iz preglednice 5 je vidno, da se skupini statistično pomembno razlikujeta v vseh štirih spremenljivkah. Natančneje analizirajmo dobljene podatke.

Učenci ES in KS so najslabše reševali realistične probleme z več rešitvami (v ES je bil dosežek 68,13 %, v KS pa 45,13 %), saj so se v večini primerov zadovoljili z eno rešitvijo, čeprav je bilo v nalogi povedano, da naj zapišejo vse možne rešitve. Večina učencev je namreč prepričanih, da ni potrebno iskati drugih rešitev, če poiščeš eno, saj so nalogo pravilno »rešili«. Tudi učiteljice iz ES so ugotovile, da so prav ti problemi učencem povzročali največ težav. Samo najsposobnejši učenci so

iskali oziroma poiskali več rešitev, tudi če jih med reševanjem problema učiteljica ni vodila. Dokazali smo, da s primernim poučevanjem in učenjem pri otrocih zelo napreduje sposobnost za reševanje problemov z več rešitvami, saj sta se KS in ES ob koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali v korist ES. Tako smo potrdili našo tretjo hipotezo: eksperimentalna skupina bo reševala realistične probleme z več rešitvami uspešneje kot kontrolna.

Pri problemih, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev, se je izkazalo, da je kar 73,20 % učencev iz ES z razumevanjem prebralo besedilo problema in znalo poiskati tiste podatke, ki so bili potrebni za rešitev. V KS je pravilno rešilo ta problem le 47,20 % učencev. Do napačnih rešitev so prišli večinoma zato, ker so pri reševanju uporabili vse podatke, tudi nepotrebne, saj so v problemih, s katerimi so se srečevali pri pouku, vedno »morali« uporabiti vse podatke. KS in ES sta se ob koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali. Tako smo potrdili našo prvo hipotezo: eksperimentalna skupina bo reševala realistične probleme s preveč podatki uspešneje kot kontrolna.

Zelo uspešni so bili učenci pri reševanju *problemov, ki niso imeli zadostnega števila podatkov za rešitev*, saj je to nalogo uspešno rešilo kar 91,50 % učencev iz ES in 81,25 % učencev iz KS. Večina učencev je izjavila, da so jim te vrste problemi najbolj všeč, saj se jim zdi »zelo dobro«, da lahko sami določijo vrednost podatka, ki manjka. Tudi učiteljice so potrdile, da so bili učenci zelo motivirani za reševanje problemov te vrste, hkrati pa jih je presenetilo, predvsem učiteljice v ES, da so učenci zelo hitro poiskali manjkajoči podatek in mu nato določili zelo smiselne vrednosti. Dokazali smo, da s primernim poučevanjem in učenjem pri otrocih zelo napreduje sposobnost za reševanje problemov s premalo podatki, saj sta se KS in ES ob koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali v korist ES. Tako smo potrdili našo drugo hipotezo: *eksperimentalna skupina bo reševala realistične probleme s premalo podatki uspešneje kot kontrolna*.

Na koncu so se srečali še s problemi z nasprotujočimi podatki. Te probleme je uspešno rešilo 71,80 % učencev ES in 64 % učencev KS. Izkazalo se je, da učenci, ki imajo težave pri matematiki, zelo težko ugotovijo, kje je ovira, ki preprečuje rešitev. Kljub temu pa smo z raziskavo dokazali, da s primernim modelom poučevanja in učenja lahko razvijemo pri učencih njihov kritični odnos do podatkov, saj sta se KS in ES ob koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali v korist ES. Tako smo potrdili našo četrto hipotezo: *eksperimentalna skupina bo uspešneje reševala realistične probleme z nasprotujočimi podatki kot kontrolna*.

Sklep

V naši raziskavi smo dokazali, da z ustreznim poučevanjem in učenjem razvijamo sposobnosti otrok za reševanje realističnih problemov in uporabo matematike v življenjskih situacijah ter s tem matematično pismenost. Gotovo sta učenje in poučevanje uporabe matematike v življenjskih situacijah težki, zato se jima učenci in učitelji najraje izognejo. Učenci po navadi nečakano želijo navodila, učitelji pa jim velikokrat ustrezajo z naštevanjem receptov. Ta »metoda« je kratkoročno

uspešna, učenci dosežejo dobre rezultate na skorajšnjem preizkusu znanja. Večina učencev ne razvije spretnosti, ki jih ne potrebuje za preizkus. Če je torej dovolj, da si zapomnijo recepte, jim za kaj drugega ni potrebno skrbeti. Žal pa s tem ne gradijo matematične pismenosti.

Kot smo že omenili, bi morali matematično pismenost še naprej izboljševati v srednji šoli, a ne nujno tako, da bi vključevali nove matematične vsebine, ampak da bi utrjevali in bogatili matematično pismenost kot tako. Dijaki, ki končajo srednje šole, ne kažejo matematične pismenosti v taki meri, da bi jim zagotavljala kvalitetno življenje, z visokih šol, na katere se vpisujejo, pa poročajo o nezadostnem funkcionalnem znanju matematičnih vsebin, ki so potrebne za matematično pismenost (Steen 2001).

V učnih načrtih za matematiko so se pojavile zahteve po učenju in poučevanju matematike z razumevanjem ter uporabnost le-te v vsakdanjem življenju, vendar se kljub temu kažejo slabe zmožnosti za uporabo kvantitativnih spretnosti. Zdi se, kot da številni študenti po končani osnovni in srednji šoli ne znajo priklicati in uporabiti nikakršnih izkušenj z matematično pismenostjo (Hughes-Hallet 2003; Steen 2004). V učne načrte oziroma poučevalno in učno prakso bo potrebno jasneje vključiti dosežke matematične pismenosti. Čeprav je zmožnost za uporabo matematike v vsakdanjem življenju eden temeljnih ciljev pouka matematike, to le redko preverjamo. Če želimo doseči uporabo matematičnega znanja v šoli in zunaj nje, bo potrebno preverjati ne le matematične sposobnosti, ampak tudi zmožnost za uporabo matematičnih spretnosti v vsakdanjem življenju, saj je to pravzaprav bistvo matematične pismenosti.

V različnih definicijah ali opisih matematične pismenosti so osnovne matematične zmožnosti povezane z uporabo le-teh v vsakdanjem življenju človeka, ki je postavljen v naravno in socialno okolje. Morda je v definicijah matematične pismenosti neupravičeno prevelik poudarek namenjen le matematiki, saj pismenost zaživi v naravnem in socialnem okolju. Kvantitativna pismenost kot del matematične pismenosti sama po sebi gotovo ni nekaj novega in ne obstaja izolirano – je v številnih okoljih in specifičnih kontekstih. Prav zaradi pomanjkanja ustreznih kontekstov pri pouku jo tam redkokdaj srečamo.

Skoraj vsakdanje je, da se matematika pri pouku naravoslovja, zlasti fizike, razlikuje od matematike pri pouku matematike in da ju praviloma ne povezujejo ne učenci ne dijaki ne študenti in ne učitelji. Pri pouku fizike se praviloma niti ne menimo za utrjevanje matematičnih konceptov niti nismo pozorni na poudarjanje uporabe teh konceptov, po drugi strani pa pri pouku matematike, če že rešujemo problem s pridihom naravoslovja, rešujemo »umeten« problem brez pravega konteksta naravoslovja. Velikokrat sta pri pouku matematike za enak pojem uporabljeni celo drugačna terminologija in simbolika kot pri pouku naravoslovja, to pa učence dobesedno odvrča od prepoznavanja ustrezne povezanosti.

Gotovo ima v matematični pismenosti velik delež tudi bralna pismenost, brez nje ne bi mogli kazati matematičnih zmožnosti, ki so vpete v matematični pismenosti, oziroma bi jih zelo težko.

Upravičeno se vprašamo, kje se matematična pismenost pravzaprav razvija. Šolska matematika postaja z leti šolanja vedno bolj abstraktna in formalna. Ko

učenec usvoji dovolj matematičnih pojmov in algoritmov, se pouk matematike usmeri v »matematično teorijo« in oddalji od uporabe le-teh v vsakdanjem življenju. Učenci, dijaki in študenti se tako učijo matematiko zgolj zaradi matematike same, pravzaprav niti ne zaradi matematike, ampak zaradi učnega predmeta matematika. Nič bolje ni pri drugih predmetih, pri katerih bi morali učenci spoznati osnovne pojme in principe oziroma lastnosti ali zakonitosti o okolju, pa najsi bo z naravoslovnega ali družboslovnega stališča; večinoma gre za učenje formul na pamet ali pomnjenje podatkov namesto spoznavanja osnovnih fizikalnih zakonitosti se učijo »formalne fizikalne matematike«.

Zaradi izpostavljanja vloge matematičnih vsebin v matematični pismenosti se omenja tudi poimenovanje empirična matematika. Učenje in poučevanje za dvigovanje ravni matematične pismenosti naj bi torej bili učenje in poučevanje empirične matematike, ki bi sloneli na induktivnem načinu usvajanja znanja. Učenci bi najprej spoznali moč matematike ob določenih primerih iz vsakdanjega življenja, da bi lahko pozneje razumeli postopke posploševanja in abstrahiranja (Packer 2003). Tak pouk bi bil tudi v službi nadgrajevanja »stroge« matematične pismenosti, ki je po podatkih raznih raziskav in preizkusov znanj razmeroma šibka (Soklič 2008).

Ob objavah rezultatov, ki kažejo na takšno ali drugačno sposobnost za uporabo matematičnega znanja, se redno pojavljajo kritike in pripombe o razmeroma slabi usposobljenosti naših učencev in dijakov za izzive časa. Seveda je potrebno rezultate ustrezno razložiti, hkrati pa poiskati rešitve, ki bodo zagotavljale kar največji »izkoristek« učenja in poučevanja (Cotič in Felda 2005; Magajna 2005; Žakelj, Senekovič, Cotič in Felda 2005). Verjetno bi bilo potrebno temeljito prevetriti ne le učni načrt za matematiko, pač pa sam sistem učenja in poučevanja matematike, saj v današnjem času ni (več) dovolj učinkovit in ne zadovoljuje najnujnejših potreb človeka v sodobni družbi. Matematika oziroma tiste njene komponente, ki so vključene v matematično pismenost, so pomembne za vsakogar, učenje in poučevanje matematike v osnovni in srednji šoli nikakor ne sme biti usmerjeno le na tiste učence in dijake, ki jim je matematika »všeč« in uživajo v njenih lepotah in eleganci (Packer 2003).

Predmet matematika je eden od temeljnih splošnoizobraževalnih predmetov. Ni splošne definicije matematike; lahko rečemo, da je matematika znanost, ki preučuje tako abstraktne strukture kot strukture, ki izhajajo iz realnega sveta. To pomeni, da moramo pri pouku matematike enakovredno razvijati tako formalno matematično znanje in matematično mišljenje kot matematično pismenost. Tudi v Učnem načrtu za matematiko (2002) je zapisano, da si učenci pri pouku matematike oblikujejo osnovne matematične pojme in strukture, kritično mišljenje, miselne procese, sposobnosti za ustvarjalno dejavnost, formalna znanja in spretnosti ter spoznajo tudi praktično uporabnost matematike, ki je tesneje povezana z matematično pismenostjo.

Literatura in viri

- Bucik, N. idr. (2006). Nacionalna strategija za razvoj pismenosti. Nacionalna komisija za razvoj pismenosti. Ljubljana: Andragoški center Slovenije.
- Cotič, M. in Felda, D. (2005). Rezultati raziskave TIMSS 2003 za nižje razrede osnovne šole. *Matematika v šoli*, 12, št. 1/2, str. 44–49.
- Cotič, M. (1998). Uvajanje vsebin iz statistike in verjetnosti ter razširitev pojma matematičnega problema pri razrednem pouku matematike. Doktorska disertacija. Ljubljana: Filozofska fakulteta Univerze v Ljubljani.
- DeFranco, T. C. in Curcio, F. R. (1997). A division problem with a remainder embedded across two contexts: Children's solutions in restrictive versus real-world settings. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19, št. 2, str. 58–72.
- De Lange, J. (2003). *Mathematics for Literacy*. V: Madison, B. L., Steen, L. A. (ur.). *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. Princeton: National Council on Education and the Disciplines, str. 75–89.
- Fennema, E. in Loef, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. V: Grouws, D. A. (ur.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, str. 147–164.
- Greer, B. (1993). The mathematical modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 12, št. 3, str. 239–250.
- Možina, E. (2001). Pismenost in udeležba odraslih v izobraževanju. Seminar šolskega polja. www.see-educoop.net/education_in/pdf/pismenost_odrasli-slo-svn-t07.pdf (16. 12. 2009).
- Hughes-Hallett, D. (2003). The Role of Mathematics Courses in the Development of Quantitative Literacy. V: Madison, B. L., Steen, L. A. (ur.). *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. Princeton: National Council on Education and the Disciplines, str. 91–98.
- Magajna, Z. (2005). TIMSS 2003 in matematično znanje učencev ob zaključku osnovne šole v Sloveniji. *Preverjanje in ocenjevanje*, 2, št. 02/03 (julij 2005), str. 67–76.
- Packer, A. (2003). What mathematics should everyone know and be able to do?. V: Madison, B. L., Steen, L. A. (ur.). *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. Princeton: National Council on Education and the Disciplines, str. 33–42.
- Repež, M., Drobnič Vidic, A. in Štraus, M. (2008). Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006. Ljubljana: Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut.
- Reusser, K. in Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution – the social rationality of mathematical modelling in schools. *Learning and Instruction*, 7, št. 4, str. 309–327.
- Soklič, A. (2008). Znanje osnovnošolske matematike pri dijakih prvih letnikov srednjih šol. *Matematika v šoli*, 14, št. 1/2, str. 60–73.
- Steen, L. (2001). The case for quantitative literacy. V: Steen, L. (ur.). *Mathematics and democracy*. Frostburg: National Council on Education and the Disciplines, Frostburg State University, str. 1–22.
- Steen, L. (2004). Everything I needed to know about averages...I learned in college. *AAC&U Peer Review*, 6, št. 4, str. 4–8.
- Stern, E. (1992). Warum werden Kapitänsaufgaben »gelöst«? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. *Der Mathematikunterricht*, 28, št. 5, str. 7–29.

- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. V: Grouws, D. A. (ur.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, str. 390–419.
- Tomšič, G., Cotič, M., Magajna, Z. in Žakelj, A. (2002). *Učni načrt: program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo.
- UNESCO (2000). *World Education Forum*. Dakar: UNESCO.
- UNESCO (2004). *The Plurality of Literacy and its Implications for Policies and Programmes*. Pariz: UNESCO.
- Verschaffel, L., De Corte, E. in Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7, št. 4, str. 339–359.
- Verschaffel, L., De Corte, E. in Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, št. 3, str. 273–294.
- Verschaffel, L., De Corte, E. in Lasure, S. (1999). Children's conceptions about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. V: Schnotz, W., Vosniadou, S., Carretero, M. (ur.). *New perspectives on conceptual change*. Oxford: Elsevier, str. 175–189.
- Wagener, U., Patterson McPherson, M., Sewell, W., Meyer Spacks, P. in Thurston, W. (1990). *Pedagogy and the Disciplines*. PEW Higher Education Research Programs. Philadelphia: University of Pennsylvania.
- Wyndhamn, J. in Säljö, R. (1997). Word problems and mathematical reasoning: A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction*, 7, št. 4, str. 361–382.
- Žakelj, A., Senekovič, J., Cotič, M. in Felda, D. (2005). *Matematični dosežki slovenske populacije v raziskavi TIMSS 2003: analiza in interpretacija rezultatov mednarodne raziskave trendov znanja matematike in naravoslovja TIMSS 2003*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Žakelj, A. (2003). *Kako poučevati matematiko. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Žakelj, A. (2004). *Procesno-didaktični pristop in razumevanje pojmovnih predstav v osnovni šoli*. Doktorsko delo. Ljubljana: Filozofska fakulteta.

Mara COTIČ, Ph.D. (University of Primorska, Slovenia)

DEVELOPING MATHEMATICAL LITERACY IN PRIMARY SCHOOLS

Abstract: Mathematical literacy is based on the knowledge of mathematics and prospers in the natural and social environment. An individual continues developing such knowledge throughout his/her entire life. Mathematical literacy is developed while solving realistic problems by using school knowledge and wider competences in a less structured context than a school situation. People solving problems have to make decisions about what information and what knowledge in a given problem situation is important and how it can be reasonably used. One could say that the problems of the initially formed mathematical context, which influences the solution and its interpretation, are of key importance for the assessment of mathematical literacy.

Mathematical literacy is developed by a holistic approach to learning and teaching: through research work, by solving problems of everyday life, by including up-to-date content, and by applying modern technologies. The theoretical part of the present research presents a model of teaching and learning realistic problems, which the authors of this contribution established for research purposes. The model includes four different types of realistic problems taken from everyday life, which pupils will solve at the beginning of their schooling. They include: realistic problems that do not contain sufficient data to solve them; realistic problems that contain more data than is required to solve them; realistic problems with more solutions than necessary; and realistic problems in which all the data are contradictory and do not have a solution.

The empirical section presents research results, i.e., that by applying adequate teaching and learning we develop children's capabilities for solving realistic problems and with it mathematical literacy.

Key words: literacy, mathematical literacy, realistic problems, mathematics instruction