

**Barbara Japelj Pavešić, mag. Nina Žvan,
dr. Zvonko Perat**

Učni načrt za matematiko v osnovni šoli v luči mednarodnih primerjav

Povzetek: V prispevku predstavljamo rezultate nacionalne analize matematičnega kurikula za devetletno osnovno šolo. Namen analize je bil pomagati izboljšati kurikulum, ko smo raziskovali dejavnike, ki bi pojasnili zaostanke slovenskih učencev v znanju matematike za vrstniki po svetu, kakor so ga izkazale mednarodne primerjalne raziskave. Rezultate smo primerjali z najbolje ocenjenimi kurikuli ameriških držav, za katere se je neodvisno od analize kurikula izkazalo, da dosegajo azijskim primerljive dosežke na lestvicah znanja matematike. Analiza slovenskega kurikula kaže, da vsebuje nekatere dele, ki bi jih bilo nujno treba izboljšati zaradi bralčevega trenutnega nejasnega razumevanja besedila, zaradi nekonsistentne obravnave snovi skozi posamezne razrede in zaradi nizkih pričakovanj o znanju učencev.

Ključne besede: matematični kurikulum, analize, mednarodne primerjave.

UDK: 371.214

Pregledni znanstveni prispevek

*Barbara Japelj Pavešić, mag. Nina Žvan in dr. Zvonko Perat, Pedagoški inštitut v Ljubljani, Slovenija
e-naslov: zvonko.perat@gmail.com*

Uvod

Mednarodne raziskave trendov v znanju matematike in naravoslovja TIMSS poleg podatkov o doseženem znanju zbirajo tudi podatke o učnih načrtih in o vsebinah, ki so bile do izvedbe testiranja znanja obravnavane v razredu. Za raziskavo TIMSS je namreč značilno, da preverja le znanje vsebin, za katere večina držav udeleženk potrdi, da se jih je zajeta populacija učencev imela priložnost naučiti v šoli. Raziskava TIMSS 2003 je pokazala, da skoraj polovica slovenskih mlajših učencev ne dosega niti srednje ravni znanja vrstnikov po svetu, le 55 % jih dosega mejnik srednje ravni znanja¹ in da podobno velja tudi za učence osmih razredov. Ko smo iskali razloge za takšno stanje v Sloveniji, smo opazili, da so med učnimi načrti sodelujočih držav precejšnje razlike v časovnih razporedih obravnavanja vsebin in da je še posebno v Sloveniji veliko razhajanje med načrtovano in v resnici obravnavano snovjo. Za ponazoritev si oglejmo naslednji preglednici, ki združujeta nacionalne podatke o tem, v katerem razredu je učenje snovi načrtovano z učnim načrtom, ter podatek učiteljev o deležu učencev, ki so se do konca druge tretjine šolskega leta svojega četrtega razreda to snov v šoli že učili. Za Slovenijo delež učencev pomeni delež učencev v skupni populaciji starostno enotnih učencev četrtega razreda devetletke in tretjega razreda osemletke oziroma osmega razreda devetletke in sedmega razreda osemletke.

Iz preglednice za mlajše učence je videti, da v večini drugih držav učitelji snov pogosto poučujejo v nižjih razredih, kot predvideva učni načrt. Slovenija s programom učenja ulomkov, decimalnih števil in geometrije zaostaja za Evropo. Pri geometriji je nenavadno, da so učitelji le za 22 % učencev potrdili obravnavava-

¹ V drugih državah so srednjo raven znanja dosegli naslednji deleži učencev: 94 % v Hongkongu, 92 % na Tajvanu, 91 % v Singapurju, 90 % v Belgiji, 89 % na Japonskem, 89 % na Nizozemskem, 81 % v Latviji, 79 % v Litvi, 76 % v Ruski federaciji, 76 % na Madžarskem, 75 % v Angliji, 72 % v Združenih državah Amerike (in 82 % v Indiani), 65 % v Italiji, 60 % na Škotskem in 41 % na Norveškem.

nje navadne simetrije in simetral likov do četrtega razreda, čeprav je to v načrtu za drugi razred. Slovenija izstopa tudi pri učenju ploščine kvadrata.

	Ulomki		Ekvivalentni ulomki		Predstavitev ulomkov in decimalnih števil z besedami, številkami ali modeli		Računanje ploščine in obsega kvadratov		Osna simetrija (liki)	
	Razred	% učencev	Razred	% učencev	Razred	% učencev	Razred	% učencev	Razred	% učencev
Anglija	2-4	100	2-4	91	3-4	89	3-4	97	K-4	95
Belgija	-	99	-	91	6	91	5	78	-	68
Ciper	2-7	100	5	64	4-7	86	-	98	7	94
Italija	4	98	4-8	88	4-6	95	4-6	60	4-6,9	80
Latvija	-	68	5	69	-	40	-	99	-	39
Litva	4-6	92	6	84	4-6	72	3-4	100	8	68
Madžarska	4	86	5	71	6	34	4	81	6	75
Nizozemska	5	85	5	54	5	31	5	65	-	14
Norveška	4-7	43	5-7	17	4-7	29	5-7	67	2-7	59
Slovenija	4	47	7	3	4-7	15	5-6	0	2	22
Škotska	-	88	-	50	-	54	-	69	-	94

Preglednica 1 a: Prikaz tega, kako so nekatere problematične učne vsebine zajete v načrtovanem in izvedbenem kurikulu do vključno četrtega leta šolanja (Razred: razred, v katerem se snov poučuje (v večini držav je to tudi enako letom šolanja); % učencev: delež učencev v četrtem letu šolanja, za katere so učitelji sporočili, da so se v šoli snov učili).

Iz preglednice za starejše učence je videti, da se je do vključno osmega razreda o razmerjih v Sloveniji učila le petina otrok, čeprav je snov obvezna za vse. O linearnih odnosih sta se učili le dve petini otrok, čeprav naj bi bila snov predelana že v sedmem razredu.

	Razmerja		Sorazmerja, linearni in nelinearni odnosi		Računanje z meritvami v problemskih situacijah		Formule za merjenje obsega pravokotnika		Risanje in interpretacija prikazov, preglednic, stolpčnih in tortnih in linijskih prikazov	
	Razred	% učencev	Razred	% učencev	Razred	% učencev	Razred	% učencev	Razred	% učencev
Anglija	4–7	98	7–12	57	4–8	96	4–8	71	6–10	100
Belgija	–	72	–	39	–	95	–	59	–	73
Bolgarija	6	100	8	93	5–6	99	6–7	99	10–11	56
Ciper	5–8	98	6–9	6	5–8	10	5–8	19	4–6,12	1
Estonija	7	97	7–9	93	4–6	96	4–12	94	6, 12	100
Italija	6–7	100	9–10	59	8–10	99	6–9	82	4,7–9	86
Latvija	6–7	99	7	75	6–7	41		69	6–7	94
Litva	6	97	8–12	79	4–6	97	4–12	92	6–12	96
Madžarska	6	100	8	97	3–8	99	2–7	96	6	85
Makedonija	6–7	98	7–9	98	6–7	95	5–7	90	–	–
Nizozemska	–	91	–	62	–	93	–	74	–	96
Norveška	9–10	40	9–10	8	8–10	67	7–10	85	6–10	83
Romunija	5–9	100	7–11	91	4–7	99	3–8	92	4–12	81
Slovaška	7	100	7	98	9	99	9	79	7	42
Slovenija	8	22	7	38	8	65	5–6	64	3–9	76
Srbija	7	94	7	96	6–8	98	6–7	93	12	90
Škotska	–	87	–	40	–	82	–	61	–	95
Švedska	8	49	8–9	49	8–9	80	8	92	8	84

Preglednica 1 b: Prikaz tega, kako so nekatere problematične učne vsebine zajete v načrtovanem in izvedbenem kurikulumu do vključno četrtega leta šolanja (Razred: razred, v katerem se snov poučuje (v večini držav je to tudi enako letom šolanja); % učencev: delež učencev v osmem letu šolanja, za katere so učitelji sporočili, da so se v šoli snov učili).

Te ugotovitve so nas spodbudile, da se lotimo analize našega učnega načrta za matematiko v osnovni šoli s preverjeno metodologijo. V Evropi ima večina držav nacionalne enotne učne načrte, ki pa – verjetno tudi zaradi kulturnih in jezikovnih razlik – še niso bili primerljivo analizirani z enotno metodologijo. V Združenih državah Amerike imajo, podobno kot v Evropi, posamezne zvezne države svoje enotne učne načrte in standarde znanja iz matematike. Za razliko od Evrope pa je v Združenih državah Amerike Raziskovalni inštitut Thomas B. Fordham Foundation razvil metodologijo za primerjanje in ocenjevanje učnih načrtov prav za matematiko ter doslej že trikrat, v letih 1998, 2000 in 2005, izdal poročilo o stanju učnih načrtov oziroma standardov znanja za matematiko ameriških zveznih držav². Njihova metodologija je bila podlaga naše analize. Stično točko med uporabljenimi metodologijama, rezultati TIMSS 2003 in slovenskim učnim načrtom pa pomeni ameriška država Indiana. Indiana je kot samostojna enota sodelovala v TIMSS 2003, kjer je dosegla precej boljše rezultate od Slovenije, obenem pa je v ameriški analizi učnih načrtov njen načrt za matematiko odlično ocenjen in priporočljiv kot drugi najboljši.

Metodologija

Po metodi Thomas B. Fordham Foundation se učne načrte ali standarde znanja matematike ocenjuje po naslednjih štirih kriterijih.

Jasnost

Ocena jasnosti pomeni, koliko učni načrt pojasnjuje učiteljem, avtorjem učbenikov in staršem, kaj je cilj predmeta. Pri tem se upoštevajo trije vidiki:

- a) jasnost jezika, ki zagotavlja, da so besede in stavki jasni, sintaktično nedvoumni in brez nepotrebne žargona;
- b) dobra definiranost, ki zahteva nedvoumnost pomena uporabljenih matematičnih ali pedagoških izrazov;
- c) natančno določene zahteve do učitelja in do učenca ter preverljivost ciljev učnega načrta v šolskem okolju.

Vsebina

Najpomembnejši kriterij je matematična vsebina. Pomembno je, ali vsebine učnega načrta zajamejo temeljna matematična področja in ali so cilji zadostni ter primerni posamezni stopnji šolanja. Pomembna sta tudi vrstni red in hitrost obravnavanja vsebin.

² David Klein, The State of State Math Standards 2005, Thomas B. Fordham Foundation, Dayton, Ohio.

Matematično sklepanje

V presojanju učnih načrtov preduniverzitetne matematike je pomembno, ali navodila v učnem načrtu zahtevajo, da se poučevanje določene vsebine vpne v celotno strukturo matematike. Matematično sklepanje torej ne pomeni samo iskanja povezave med matematiko in resničnim svetom, ampak tudi logično povezovanje vsebin znotraj matematike same. Kriterij matematičnega sklepanja zato presoja, ali je v načrtu navedena obravnava povezav v matematiki. Dodatno pa presoja še povezavo med matematiko in drugimi področji, podprto z navajanjem na učenje reševanja problemov.

Negativne lastnosti

Ta kriterij išče prisotnost neželenih značilnosti učnega načrta, ki nasprotujejo ciljem načrta. Ocenjuje tudi elemente, ki bi bralca odvrnili od dobrih nasvetov učnega načrta, in opozarja na nedoslednosti in protislovja v njem. Opozarja na matematične in na didaktične nasvete, ki ovirajo prenos znanja in razumevanja matematike na učence.

V ameriški analizi vsak od 50 učnih načrtov pridobi oceno med 0 in 4 za vsak kriterij in skupno oceno, ki je povprečje posameznih ocen, pri čemer ima ocena vsebine dvakratno težo. V letu 2005 so bili za zgledne imenovani načrti tistih držav, ki so dosegli najmanj oceno 3, to so bili učni načrti treh držav: Kalifornije, Indiane in Massachusettsa. Američani v poročilu ugotavljajo tudi značilne probleme, ki so skupni vsem načrtom in za katere menijo, da slabo vplivajo na učenje matematike:

- a) preveč je poudarjena uporaba kalkulatorjev, ki vodi v premalo izurjeno računsko spretnost;
- b) premalo je poudarjena pomembnost pomnjenja osnovnih številskih dejstev, da bi bil pozneje učenec pri reševanju kompleksnih problemov razbremenjen osnovnih težav z računanjem;
- c) premalo je učenja standardnih računskih algoritmov na račun spodbujanja učencev, da vsakič na novo sami poiščejo svojo pot do rešitve specifičnega problema, čeprav so standardni algoritmi močno in zanesljivo orodje, ker vedno zagotavljajo pot do rešitve vseh problemov, za katere so bili zasnovani;
- č) premalo pozornosti je namenjene ulomkom v povezavi z racionalnimi izrazi v srednjem obdobju osnovnega šolanja;
- d) v nižjih razredih je preveč uporabe računskih pripomočkov, od katerih postanejo učenci celo odvisni; preveč poudarjeno je učenje o vzorcih, ki ne prispevajo neposredno k napredovanju matematičnega znanja; pretirano je poudarjeno ocenjevanje pred natančnim računanjem;
- e) premalo izrazito napredujoče je določeno, kaj je poučevanje reševanja problemov in kako ga postopoma učiti od enostopenjskih na začetku šolanja do kompleksnih problemov v višjih razredih.

V našem primeru smo učni načrt za matematiko v devetletni osnovni šoli analizirali po predlaganih štirih kriterijih, nismo pa mu podeljevali ocen. Opazili smo, da so razen prvega, značilnega ameriškega problema drugi problemi tudi problemi slovenskega učenja matematike. Naš učni načrt smo v kritičnih mestih primerjali s tremi najbolj ocenjenimi učnimi načrti ameriških držav, Kalifornije, Indiane in Massachusettsa.

Rezultati

Struktura učnega načrta

Za razumevanje analize je treba poznati obliko našega učnega načrta. Slovenski učni načrt *Matematika* obravnava poučevanje matematike v vseh razredih osnovne šole. Velja od leta 1998, ko ga je potrdil Strokovni svet RS za splošno izobraževanje. Dostopen je v obliki knjižice in v elektronski obliki na spletu. Obsega pet poglavij. Poglavja *Opredelitev predmeta*, *Splošni cilji predmeta* in *Specialno-didaktična priporočila* so splošna in veljajo za vse razrede. Poglavji *Operativni cilji predmeta* in *Standardi znanja* navajata cilje učenja matematike oziroma zahtevane standarde znanja po posameznih razredih. Standardi znanja so napisani na koncu posebej še za konec vseh treh triletnih obdobj.

Analiza po kriterijih

Jasnost

Ugotavljamo, da slovenski učni načrt ni dovolj jasno napisan, da bi ga lahko enako razumeli vsaj vsi diplomanti matematičnih študijev, med njimi pa najmanj vsi učitelji osnovnih šol. Učitelju ne omogoča avtonomnega dela, saj brez dodatnih pojasnil iz drugih virov ne more ugotoviti niti nabora vsebin, ki naj bi jih učil, niti njihovega obsega. Za vse druge matematično razgledane bralce, ki niso seznanjeni s trenutnimi matematičnimi učbeniki, načrt ni razumljiv.

Iz zapisanih splošnih ciljev ni jasno, kaj so splošni cilji našega poučevanja matematike ali kaj je njihovo izhodišče. Uvodni stavek »*Splošni cilji veljajo za vsakega učenca/učenko v okviru njegovih/njenih zmožnosti in glede na njegovo/njeno starost*« je protisloven. Ali splošne cilje prilagajamo učencu glede na njegove zmožnosti in zato ne veljajo za vse učence? V utemeljitvi »*matematike kot sredstva komunikacije*«, ki pomeni, da »*lahko z matematičnim znanjem mnoge pojave in stvari opišemo ter numerično, grafično ali drugače predstavimo*«, manjka najpomembnejše: z matematičnim jezikom opišemo pojave in stvari tako, da jih razumejo tudi drugi. Nejasna je utemeljitev splošnega cilja učenja »*matematike kot univerzalne in stabilne interpretacije sveta*«, ki pravi: »*Pri pouku matematike se učimo specifičnih načinov mišljenja in specifičnih interpretacij doživljanja sveta*.« Kaj so imeli avtorji v mislih, ko so zapisali, da se učimo načinov mišljenja in specifičnih interpretacij doživljanja sveta? Za oboje namreč ni potrebno znanje matematike.

Standardi, ki predstavljajo osrednji del otrokovega spričevala v prvih treh razredih osnovne šole, niso zapisani toliko jasno, da bi iz njih starši enopomenko razumeli, kaj bi otrok moral znati. Standardi za prve tri razrede vsebujejo premalo informacij o matematični vsebini, saj jih je mogoče razumeti šele, če poiščemo k standardu ustrezne cilje pouka. Tretji standard za drugi razred tako pravi: *»Učenec nariše različne geometrijske like, prostoročno in s šablono. Ponazoriti simetrične oblike.«* Če iz ciljev pouka ne bi vedeli, da je cilj učenja simetrije omejen na osno simetrijo pri likih in da ponazoritev simetrije obsega dopolnjevanje slike v osnosimetrično sliko na mreži, si težko predstavljamo, kaj naj bi otrok o simetriji v resnici vedel. Čeprav so standardi drugega in tretjega triletja napisani precej bolj natančno in obsežno, samo iz njih še vedno ne moremo razbrati, kolikšen obseg matematičnega znanja se pričakuje od učencev. Veliko omejitev poznavanja vsebin je navedenih le v didaktičnih priporočilih ob ciljih (predvsem omejitve na *»preproste«* primere nalog).

Poglavja o splošnih ciljih in didaktičnih priporočilih niso usklajena z operativnimi cilji ali razporeditvijo vsebin po razredih. Ponekod si celo nasprotujejo, najbolj na področju poučevanja reševanja problemov. *»Sistematično in kreativno delo«* je med splošnimi cilji poudarjeno s pojasnilom: *»Pri reševanju matematičnih problemov učitelj/učiteljica učenca/učenke spodbuja, da sami iščejo pot(i) do rešitve, ne pa da slepo sledijo določenemu vzorcu oz. algoritmu.«* Med operativnimi cilji redko piše, da naj bo učencem dopuščeno lastno razmišljanje in iskanje poti k rešitvi problemov. Velikokrat pa se pojavi zahteva, da učence učimo *»reševanja z razmislekom«* pri standardnih računskih nalogah, namesto da bi jih naučili uporabiti standardni algoritem. Značilno je, da se učence z algoritmi seznanijo šele nekaj let potem, ko so prvič obravnavali vsebino. Primer je reševanje enačb, ki se z razmislekom ali ugibanjem rešujejo od četrtega razreda, njihovo standardno reševanje pa je predstavljeno šele v devetem razredu.

V poglavju o razporeditvi snovi po razredih moti slaba definirano nekaterih splošnih in matematičnih pojmov.

- Nejasnost povzročajo učitelju tudi cilji, ki se ponovijo v različnih razredih in ne izkazujejo pričakovanja po napredovanju otrokovega znanja. V šestem razredu so cilji merjenja enaki kot dve leti prej, v sedmem pa enaki kot v šestem razredu. Ali to pomeni, da sedmošolci utrjujejo znanje o merjenju iz četrtega razreda, čeprav so ga morali že davno doseči zaradi predpisanih standardov? Ali se res ne bi dalo učenja merjenja zvišati na otrokovemu razvoju ustrezno raven, morda z vpeljavo merskih napak? Le-te v učnem načrtu sploh niso obravnavane.
- Ponekod je besedilo tako zelo jezikovno neustrezno, da škodi matematični vsebini. V šestem razredu je problematično tole didaktično priporočilo: *»Pojem decimalno število je didaktična poenostavitev, ki jo sicer uporabljamo tudi v vsakdanjem življenju. Označuje število, ki ga predstavlja decimalni zapis, tj. decimalna številka. Primeri decimalnih števil: 3; 5,17; 0,11 1 ... Vsaka od tavnstnih števil predstavlja neko decimalno število. Matematično izobraženi bralci bodo videli, da so decimalna števila v bistvu realna števila.«*

- V osmem razredu je težko razumljivo priporočilo: *»Pri preprostejših računskih nalogah neposredno uporabljamo obrazce, pri zahtevnejših pa s premislekom tudi izražamo eno količino z drugo (iz obrazcev).«*

V učnem načrtu smo nadalje zaznali več primerov uporabe prislovov, ki sami po sebi niso enolično določeni.

- V prvem razredu cilj na primer pravi, da se učenci naučijo *»izražati se natančno in pravilno«*. Definicija pravilnega izražanja je prepuščena bralcu.
- Za pojem *»konkretno«* ne vemo, ali se nanaša na aplikacijo matematike v vsakdanjih izkušnjah ali pa na uporabo modelov in pripomočkov za računanje (npr. kock), še posebno v ciljih nižjih razredov: *»spoznati in uporabljati na konkretnem nivoju, da sta seštevanje in odštevanje nasprotni operaciji«*.
- Največ nejasnosti pa povzroča sistematična in nedefinirana uporaba pridevnika *»preprost«*, ki vselej povzroči nejasnost, že v prvem razredu v učnem cilju *»prepoznati in nadaljevati oz. oblikovati preprosta zaporedja števil«*. Vsaj za učitelja bi bilo smiselno označiti, ali so mišljena tudi geometrijska ali le aritmetična zaporedja. V učnem načrtu se pojavljajo še drugi pojmi s pridevnikom preprost. Preprosti so podatki, enačbe in neenačbe, kombinatorične situacije, zemljevidi, relacije, ustni in pisni računi, ta-bele, izrazi, tehnike štetja, obrazci z geometrijsko vsebino, besedilne naloge, geometrijske transformacije, naloge o notranjih kotih štirikotnika, konstrukcijske naloge, pravila poševne projekcije, vprašalniki, diagrami, ulomki, srečamo celo delitelje preprostega števila. Tudi v standardih znanja ni razvidna definicija *»preprostega«* ali *»zahtevnejšega«* izraza ali enačbe, čeprav se oboje sistematično pojavlja v standardih za vse tri zadnje razrede. Uporaba omenjenega pridevnika samo potrjuje možnost, da različni učitelji različno interpretirajo učni načrt.

Vsebina

Pri tem najpomembnejšem kriteriju si bomo ogledali vsako vsebinsko poglavje posebej.

Geometrija in merjenje

a) Merjenje

Matematični del merjenja, od izbire količine, enote, merskega postopka do uporabe meritve, je premalo poudarjen in nesistematično prikazan. Omenili smo že, da se cilji ponavljajo skozi razrede, poleg tega pa je šibka tudi njihova vsebina. Učenci prvega razreda naj bi s prelivanjem tekočine ugotavljali, katera posoda ima večjo prostornino, ne da bi pojem prostornina v resnici obravnavali. Otrok mora torej samostojno raziskovati nekaj, ne da bi poznal definicijo.

V tretjem razredu prostornina še vedno ni dobro razvita, saj se uporabljajo le votle mere (dl, l, hl), čeprav imajo učenci na voljo dober pripomoček za učenje prostornine. V prvih treh razredih je namreč predpisana uporaba sestavljenih kock, da otroci z njimi ponazarjajo enice, desetice in stotice, čeprav bi bile te kocke idealne tudi za predstavitev računanja prostornine. Šele v šestem razredu učenec končno pretvarja enote za prostornino in poveže votle mere s kubnimi ter spozna obrazec za računanje prostornine, to pa je neustrezno prepozno.

b) *Koti*

Koti so vpeljani prepozno, predvsem glede na obravnavo večkotnikov, ki so zaradi nepoznavanja kotov priložnostno, matematično napačno predefinirani v like z enakimi stranicami. V šestem razredu naj bi se krožni izsek in središčni kot obravnavala le informativno, čeprav je za ta razred zahtevano učenje tudi mnogo bolj abstraktnih ciljev, povezanih s koti, kot so deleži celote in tortni diagrami.

Nekateri učni načrti po svetu menijo, da so otroci že v drugem razredu dovolj sposobni za kote. Kalifornijski načrt za drugi razred pravi, da »naj učenec prepozna pravi kot v geometrijskih oblikah ali v primernih predmetih in določi, ali so ostali koti večji ali manjši kot pravi kot«, za četrti razred pa dodaja še: »Učenec pozna definicijo pravega kota, topega in ostrega kota. Razume, da so 90° , 180° , 270° in 360° povezane zaporedoma z $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ in polnim obratom.«

c) *Uporaba obrazcev*

Nesorazmerno dolgo se odlaša z vpeljavo osnovnih obrazcev ali formul. Obseg pravokotnika in ploščino računajo učenci pri nas z obrazci šele v šestem razredu. V učnem načrtu so pogosta navodila, naj učenci mersko količino (npr. ploščino) le spretno ocenjujejo, ne pa računajo po obrazcih z navodilom »*ugotoviti s premislekom neznano količino iz preprostega obrazca z geometrijsko vsebino (npr. ugotoviti dolžino stranice pravokotnika, če sta znana obseg in druga stranica)*«. Cilji zaostajajo tudi za cilji fizike, kjer je znanje računanja količin iz formul osnova za reševanje fizikalnih nalog.

Aritmetika in algebra

a) *Ulomki in decimalna števila*

Racionalna števila so poseben problem našega učnega načrta. V učni načrt so uvedena prepozno in neustrezno. V drugih državah so decimalna števila in ulomki pogosto temeljna vsebina aritmetike četrtega razreda. Ulomki se neformalno vpeljejo v drugem letu šolanja, do četrtega razreda pa z njimi učenci že računajo, jih primerjajo, iščejo ekvivalentne ulomke in jih ustrezno povezujejo z računanjem z decimalnimi števili. V nasprotju z drugimi državami se pri nas začetno uvajanje ulomkov omeji na ulomke s števcem enakim 1, ko se v drugih

državah omejijo na tiste ulomke, ki jih otroci srečujejo v okolju. V tretjem razredu naj bi slovenski učenci delili celoto na enake dele, vendar uporabljali le eno polovico in eno tretjino. Z ulomki ne računajo, le primerjajo med seboj velikosti posameznega dela celote. V četrtem razredu naj bi učenec na modelu in sliki posikal celoto, če je dan del celote, vendar šele v šestem razredu ali v dvanajstem letu uporabljal ulomke s števcem, različnim od 1.

Primer cilja za doseganje znanja o ulomkih v začetnih razredih šole je dobro napisan v kalifornijskem načrtu za tretji razred: »Primerja ulomke, predstavljene s sliko ali konkretnim materialom, da pokaže ekvivalenco in da prišteje in odšteje enostavne ulomke v neki situaciji (npr. $\frac{1}{2}$ pice je enako kot $\frac{2}{4}$ druge pice, ki je enako velika, pokaže, da je $\frac{3}{8}$ večje od $\frac{1}{4}$).«

Decimalna števila so vpeljana v učni načrt šole v šestem razredu, prej pa le kot neformalni zapis količine. Med ulomki in decimalnimi števili do šestega razreda ni vzpostavljena nobena povezava, pozneje pa je šibko predstavljena s posameznimi cilji, kot je »ulomek zapisati z decimalno številko in jo zaokrožiti na zahtevano število decimalnih mest«, ali pri procentnem računu v sedmem razredu, kjer ni omenjeno, da je procentni račun le računanje z decimalnimi števili. Namesto tega ima cilj »zapisati $\frac{p}{100}$ od a kot $p\%$ od a « nerazumljivo didaktično priporočilo: »Procentni račun je konceptualno zahtevna snov. Pri obravnavi je poudarek bolj na računskih postopkih in na uporabi. Na razumevanje te teme smo pozorni tudi pri obravnavi sorazmerij v osmem in devetem razredu.« Kar težko verjamemo, da se učenec najprej nauči računskega postopka in uporabe koncepta, šele leto pozneje pa naj stvar razume.

V celoti so vsebine o ulomkih in decimalnih številih slabo predstavljene, didaktično neustrezno vpeljane in časovno napačno razvrščene v razrede. Poglavlje potrebuje temeljite popravke glede na povečano uporabo decimalnega zapisa v okolju z uvedbo evrov ter zaradi skladnosti s kurikuli razvitih in uspešnih držav.

b) Spremenljivke, funkcije

Pojem spremenljivke je vpeljan prepozno in je pred vpeljavo celo prepovedano njegovo pravo poimenovanje. Pojem spremenljivke se prvič pojavi v četrtem razredu v cilju »razumeti pomen oznake x v neenačbi oblike $a \leq x$, $x \leq b$ in $a \cdot x \leq b$, $a, b \in \mathbf{N}$ in s poskušanjem rešiti neenačbo v množici števil do 100«, vendar didaktično priporočilo pravi: »Poudariti je potrebno, da neenačb ne 'rešujemo' in oznake x ne obravnavamo kot spremenljivke. Poudarek je na razumevanju neenačaja ter na strategiji reševanja neenačb s poskušanjem.« Didaktično priporočilo za peti razred pravi: »Črkovna oznaka v izrazu zastopa število. Seveda črkovnih oznak ne obravnavamo kot spremenljivke.« V ciljih šestega razreda je spremenljivka omenjena, čeprav se še vedno ne sme obravnavati z isto zahtevo kot leto prej. Šele v osmem razredu je dovoljeno, da se črkovne oznake obravnavajo kot spremenljivke.

Za zgled, da je lahko sprejemljiva tudi drugačna rešitev, navajamo kalifor-

nijski načrt za četrti razred, v katerem sta cilja: *»učenec uporabi črke, okvirčke ali ostale simbole, da stojijo namesto kateregakoli števila v enostavnih izrazih ali enačbah (to je, pokaže razumevanje in uporabo koncepta spremenljivke)«* in *»razume, da je enačba, kot je $y = 3x + 5$, predpis za določanje drugega števila, ko je podano prvo število«*. V petem razredu isti učni načrt pričakuje, da bo učenec *»uporabil črko za predstavitev neznanega števila, zapisal in z zamenjavo določil vrednost enostavnega algebrskega izraza z eno spremenljivko«*.

Zaradi težav s spremenljivkami imamo težave tudi s funkcijami. Uvedene so pozno in se omejujejo na delo z diskretnimi množicami števil, saj vsi zgledi prikazujejo diskretne množice števil, poudarjen pa je celo prehod s stolpčnih prikazov na grafe funkcij. Preveč je poudarjeno »tabeliranje«, prav nič pa različnost relacij med spremenljivkami ali odvisno spreminjanje ene spremenljivke od druge. Tako učenec osmega razreda spozna odvisne in neodvisne spremenljivke in naj bi k besedilu sestavil algebrski izraz, ga tabeliral in narisal ustrezní graf, tabeliral naj bi tudi prema in obratna sorazmerja. V devetem razredu naj bi učenec opisal odvisnost dveh količin in jo poleg funkcijskega (simboličnega) zapisa še vedno prikazal s tabelo in z grafom (po točkah).

V učnem načrtu bi bilo dobrodošlo splošno priporočilo o povezanosti spremenljivke in funkcije, kot je na primer v učnem načrtu Massachusettsa: *»S številnimi raziskovanji osnovnošolci poglobijo svoje razumevanje vzorcev in neformalno delajo s konceptom funkcije. Pomembno je, da razvijejo koncept spremenljivke ob praktičnih primerih, na primer ukvarjanja s tako enostavno dejavnostjo, kot je seznam cene enega svinčnika za 50¢, dveh svinčnikov za ?, treh svinčnikov za ?, ... n svinčnikov za ?.«*

Pri nas o funkcijah pred osmim razredom ne govorimo, drugje pa učence tudi na ta koncept navajajo postopoma. V četrtem razredu Kalifornije učenci *»rišejo točke, ki ustrezajo linearni relaciji, na mrežo (npr. narišejo 20 točk na graf enakosti $y = 3x$ in jih povežejo s črto)«*. V petem razredu nato *»rešijo probleme, ki zajemajo linearno funkcijo s celimi števili; napišejo enačbo; narišejo graf ustreznih urejenih dvojic celih števil na mrežo«*. V sedmem razredu jim zato ni nedosegljivo, da *»narišejo graf linearne funkcije in vedo, da je navpična sprememba (sprememba v vrednosti y) na enoto vodoravne spremembe (spremembe v vrednosti x) vedno enaka; vedo, da se razmerje imenuje naklon grafa«*. V petem razredu v Indiani morajo učenci *»poiskati urejene dvojice (samo pozitivnih števil), ki ustrezajo linearni enačbi, narisati točke na graf in narisati črto, ki jo določajo, na primer: Za $x = 1, 2, 3$ in 4 , obravnavati enačbo $y = 2x + 1$. Narisati točke na ustrezen karirani papir in jih povezati z ravno črto.«* V šestem razredu učenci *»rešijo probleme, ki zajemajo linearno funkcijo s celimi vrednostmi; napišejo enačbo in načrtajo graf urejenih dvojic celih števil na mrežo, kot na primer: rastlina je prvič, ko jo meriš, visoka 3 cm (na dan 0). Vsak dan potem zraste za 2 cm. Napiši enačbo, ki povezuje višino in število dni, in nariši graf.«* V šestem razredu massachussetski načrt pričakuje, da bodo učenci *»izdelali in interpretirali graf, ki predstavlja relacijo med dvema spremenljivkama v vsakdanji situaciji«*. V osmem razredu pa že *»prepoznajo vlogo spremenljivke v enačbi, npr. $y = mx + b$, kjer je y izražen kot funkcija x s parametroma m in b . Razložijo in analizirajo,*

kvantitavno in kvalitativno, z uporabo slik, grafov, prikazov ali enačb – kako sprememba v eni spremenljivki vpliva na spremembo v drugi spremenljivki v funkcijski zvezi, npr. $C = \pi d$, $A = \pi r^2$ (A kot funkcija r), $P = šd$ (P pravokotnika je funkcija $š$ in d). Uporabijo tabele in grafe, da predstavijo in primerjajo linearno naraščajoče relacije. Posebej primerjajo hitrost spremembe in presečišča na osi x in y med različnimi linearnimi razmerji.» Kako močno omenjeni programi presegajo cilje našega učnega načrta za posamezni razred in v celoti do konca devetega razreda, zlahka presodi vsak matematično izobraženi bralec.

c) *Enačbe*

Zaradi zelo poznega učenja o spremenljivkah in načrtnega izogibanja učenju formalnih algoritmov je tudi učenje reševanja enačb potisnjeno daleč v zaključne razrede osnovne šole in je zato z vsebinskega vidika problematično.

V petem razredu je cilj »rešiti s premislekom in z diagramom preproste enačbe,« pri tem pa reševanje z diagramom ni razloženo. V šestem razredu priporočilo k ciljem o reševanju enačb še vedno pravi: »*Enačbo in neenačbo naj učenec/učenka rešuje s premislekom, z diagramom in s tabelo.*« Tu je reševanje z diagramom celo razloženo. V sedmem razredu sledi didaktično priporočilo: »*Reševanje neenačb je namenjeno razumevanju celih števil oz. ulomkov in decimalnih števil, ne pa učenju metod reševanja neenačb.*« V načrtu za osmi razred cilj pravi »*reševati enačbe oblike $a \pm x = b$, $x \pm a = b$, $a \cdot x = b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$) s premislekom*« in »*reševati zahtevnejše enačbe z diagramom*« z didaktičnim priporočilom, ki poudarja, da enačbe formalno rešujemo šele v devetem razredu, da pa lahko v osmem razredu enačbe rešujemo tudi s ponazoritvijo s tehtnico. Na žalost so doseganju obeh ciljev dodeljene le štiri učne ure. Šele sklop *Enačbe in neenačbe* v devetem razredu končno prinaša formalno reševanje enačb. V devetem razredu se ob formalnem reševanju enačb učenci učijo še o premici, linearni funkciji in enačbi premice, kjer pa (razen enačba premice) enačbe sploh niso omenjene. Glede na učni načrt sta poglavji linearne enačbe in linearne funkcije popolnoma ločeni.

Če si pogledamo ameriške priporočene programe, najprej opazimo zgodnejše uvajanje enačb, nato pa še pričakovan mnogo večji obseg znanja, kot je sedaj pri nas. V četrtem razredu v Massachusettsu enačbe ponazorijo s tehtnico. V šestem razredu v Kaliforniji »*zapišejo in rešijo linearno enačbo z enim korakom*«, v Massachusettsu pa »*zamenjajo spremenljivko z dano vrednostjo*« in »*rešijo linearno enačbo s pomočjo modelov, tabel, grafov in metod pisnega računanja*«. V sedmem razredu te države učenci »*uporabijo linearne enačbe za modeliranje in analiziranje problemov, ki zajemajo proporcionalna razmerja (sorazmerja in obratna sorazmerja)*« ter v osmem razredu pridejo tako daleč, da »*nastavijo in rešijo linearne enačbe in neenačbe z eno ali dvema spremenljivkama z uporabo algebrskih metod, modelov in/ali grafov*«.

č) *Obdelava podatkov*

Obravnava obdelave podatkov je razširjena pri nas med vse razrede in temeljito vpelje oblikovanje, risanje in izdelovanje predvsem stolpčnih prikazov. Njeni temeljni pomanjkljivosti sta dve. Nekatere prikaze, ki so pomembni za razumevanje matematike, kot sta tortni (za delo z ulomki) ali prikaz z lomljenimi črtami – linijski (za obravnavo relacij med zveznimi količinami in funkcij), obravnava šele v zadnjih razredih devetletke, čeprav se znanje zadnjih od učencev pričakuje pri predmetu naravoslovje in tehnika v četrtem in petem razredu. Druga pomanjkljivost je, da se področje do devetega razreda v celoti izogne naprednejšemu učenju dela z že izdelanimi prikazi. V devetem razredu je prvič omenjeno, da lahko iz prikazov tudi pridobivamo nove informacije, napovedujemo vrednosti, ocenjujemo in na splošno prikaze uporabljamo pri reševanju matematičnih problemov. Premalo je poudarjena razlika med zveznimi in diskretnimi podatki, kot je zapisano na primer v načrtu za osmi razred v Massachusettsu: *»Izbere, naredi, interpretira in uporabi različne tabelarične in grafične prikaze podatkov [...]. Loči med zveznimi in diskretnimi podatki in načini njihove predstavitve.«*

Slovenski učenci so nepopolno učenje o podatkih pokazali v raziskavi TIMSS, kjer so osmošolci na področju dela s podatki dosegli nižje rezultate kot v algebri, geometriji in merjenju. Slabše od podatkov so znali le še števila.

Standardi znanja

Z vsebinskega stališča so v učnem načrtu problematični še standardi znanja. Obseg vsebin, ki jih zajemajo standardi vsakega od prvih treh razredov, je precej skromen. Na dodatnem seznamu temeljnih standardov prvega triletnja prevladujejo minimalni standardi iz prvih treh razredov, saj dva od osmih pričakujeta le, da učenci »prepoznajo dele celote« in »prepoznajo simetrijo« ter še eden, da »učenci poznajo osnovne merske enote«. Skromno je tudi pričakovanje preostalega edinega standarda s področja geometrije, ki pravi, da učenci »ločijo med geometrijskimi oblikami: črte, liki in telesa«. Noben standard ne govori o delu s podatki ali o kakšnem procesnem ali problemskem znanju. Ti temeljni standardi znanja tudi ne vsebujejo nobene napovedi, da bi se v šoli kakor koli spodbujala samostojnost in kreativnost, vsekakor pa ne ustrezajo osnovnim in specifičnim ciljem matematike, ki so zapisani v istem učnem načrtu na začetku.

V osmem in devetem razredu se minimalnim in temeljnim standardom pridružijo še zahtevnejši standardi s pojasnilom, da ti opisujejo raven znanja, ki ga predvidoma doseže le del učencev. Problematično je, da je v devetem razredu med zahtevnejše standarde uvrščenih nekaj konceptov s področja problemskega znanja in razumevanja konceptov, ki so učencem nujno potrebni v gimnaziji. Delež učencev, ki se vpisuje v gimnazije, je trenutno večji od deleža boljših učencev v osnovni šoli, ki naj bi osvojili zahtevnejše standarde. Temeljni standardi, ki po definiciji v učnem načrtu predstavljajo najpomembnejše matematično znanje,

bi morali obsegati vse vsebine, na katerih temelji gimnazijski učni načrt gimnazije. Nujno bi bilo treba premisliti o vključitvi vsaj naslednjega znanja med temeljne standarde: uporaba zapisa $f(x)$, besedilno nalogo izraziti z enačbo in jo rešiti, razcepne enačbe, izračunati ničlo linearne funkcije.

Matematično sklepanje

Kriterij, ki opisuje, kako učni načrt obravnava matematično sklepanje, se osredotoča na sklepanje o logičnih povezavah znotraj matematike, to je sklepanje o odnosih med aksiomi, izreki in njihovimi dokazi. V slovenskem učnem načrtu se o tem govori na več mestih: v splošnih ciljih, v priporočilih ob ciljih po razredih, v standardih znanja, v največjem obsegu pa je matematično sklepanje prikazano kot del problemskih znanj. Zanje učni načrt pravi, da se »*problemskih znanj pri pouku matematike ne učimo zaradi samih znanj, temveč da bi boljše razumeli in nemara drugače gledali na svoje znanje matematike*«. V učnem načrtu so prikazana skupaj s primeri, med katerimi smo v naslednjo preglednico izpisali tista, ki se nanašajo na matematično sklepanje.

ZNANJA	POJASNILO, PRIMER
Predvidevanje in preverjanje	Učenec/učenka na podlagi sistematičnega preverjanja formulira svoje predvidevanje (hipotezo) in preveri smiselnost hipoteze (npr. kriterij deljivosti z 11).
Posebni primeri	Učenec/učenka se zaveda, kdaj s posebnim primerom ovržemo trditve in kdaj jo le ilustriramo (npr. kaj pove posebni primer o trditvi: pravokotnika z enakim obsegom imata enako ploščino).
Posplošitev	Učenec/učenka formulira preproste posplošitve in jih preveri s primeri.
Strategije poskušanja, sistematičnega poskušanja in »premišljenega« poskušanja	Učenec/učenka razlikuje omenjene tri vrste poskušanja in zna izbrati primerno poskušanje (npr. razstavljanje na prafaktorje, reševanje enačbe v okviru končne podmnožice naravnih števil).
Hipotetiziranje, nasprotni primer	Učenec/učenka zna postaviti smiselno hipotezo in razume pomen nasprotnih primerov.

Preglednica 2: Problemska znanja (povzetek iz Učnega načrta za matematiko, 1998)

Menimo, da je zapisano znanje veliko zahtevnejše od standardov znanja, ki naj bi jih dosegel učenec po istem načrtu, še posebno na področju postavljanja hipotez, dokazovanja in razumevanja nasprotnih primerov. Manjka pa neposredno logično sklepanje iz ene trditve na drugo in navodila, kako naj postopoma napreduje učenje sklepanja z otrokovo starostjo. Pogrešamo tudi ideje o povezovanju matematičnih vsebin med seboj.

Kolikšen je obseg učenja matematičnega sklepanja in utemeljevanja, nam posredno bolje povedo standardi znanja. V tretjem razredu razlika med minimalnimi in temeljnimi standardi temelji na problemskem znanju. Temeljni standardi pričakujejo od učencev uporabo računskih postopkov in strategij za reševanje problemov, minimalni standardi pa le zelo rutinsko znanje. Opažamo, da znižanje standarda znanja s temeljnega na minimalnega navadno pomeni, da se iz temeljnega standarda izloči procesni del in pusti le rutinsko znanje dejstev. V višjih razredih mnogokrat minimalni standard zahteva delo z dvema objektoma, temeljni pa se ne omejuje na le dva, ampak pričakuje posplošitev na poljubno veliko objektov. S tako določeno razliko med obema vrstama standardov se za pozitivno oceno še celo v sedmem razredu sploh ne pričakuje znanja reševanja problemov. To tudi bolj pojasni, zakaj slovenski učenci v mednarodni primerjavi TIMSS 2003 ne izkazujejo enakovrednega znanja reševanja problemov in besedilnih nalog, kot imajo znanja dejstev in konceptov. V besedilu o splošnih ciljih matematike in reševanju problemov ni zapisano, da so cilji, povezani z matematičnim sklepanjem, namenjeni le bolj sposobnim učencem ali da bi bili to cilji pouka šele v zadnjem triletju.

Predvideno učenje matematičnega sklepanja zaradi uporabe matematike na drugih področjih je zajeto še v »korelacijah«, ki so sestavni del zapisa vsebinskih ciljev in didaktičnih priporočil. Učni načrt pravi, da »pri pouku matematike učenci/učenke – tudi na osnovi izkušenj in spoznanj iz drugih predmetov – gradijo nove pojme in se učijo novih znanj, ki jih nato bolj ali manj uporabljajo tudi pri drugih predmetih«. Kljub temu je pri navajanju korelacij med predmeti zadržan, kar utemeljuje s posebno izjavo: »Mnoge povezave, ki jih redno uporabljamo pri pouku matematike (npr. merjenje časa pri telovadbi, preračunavanje receptov pri gospodinjstvu), služijo kot pomembni zgledi, ki so namenjeni razumevanju matematike, ne pa učenju medpredmetnih povezav.«

V načrtu za prvi in drugi razred so korelacije zelo pogoste. Tako po mnenju avtorjev učnega načrta obstaja korelacija med geometrijo in merjenjem ter likovno vzgojo, slovenščino, spoznavanjem okolja, pa tudi športno vzgojo. Logika in jezik sta korelirana s slovenščino, pa tudi s spoznavanjem okolja. Po mnenju avtorjev učnega načrta obstaja tudi povezava med računskimi operacijami in slovenščino v drugem razredu. Pri geometrijskih oblikah tudi v tretjem razredu najdemo korelacijo »opazovanje okolice«, pri orientaciji v prostoru pa korelacijo s športno vzgojo. Od šestega razreda korelacije, razen zelo redko, navajajo le matematične vsebine, ki jih mora učenec poznati pred obravnavo določenega cilja ali vsebine. Če so korelacije poseben del učnega načrta, bi bralec pričakoval, da bodo med njimi navedene vsaj tiste specifične uporabe matematike, ki se pojavljajo v učnih načrtih za druge obvezne predmete.

Učni načrt države Massachusetts prinaša še en vidik povezovanja matematike z drugimi izkušnjami, ko pravi: »Ker je matematika temeljni kamen mnogih disciplin, bi moral obvezni učni načrt vsebovati uporabo matematike v vsakdanjem življenju in vzorce dejavnosti, ki demonstrirajo povezovanje med disciplinami. Šole morajo zagotoviti priložnosti za komunikacijo s strokovnjaki s področij, kjer se uporablja matematika, da bodo povečale znanje učencev o teh povezavah.«

Slovenija se sooča z zelo rastočim odporom do učenja matematike med učenci višjih razredov³, ki je najvišji med primerljivimi državami. Dokler se ne bodo učenci imeli priložnosti naučiti, kako uporabljati matematiko, tudi nobeno drugo spodbujanje veselja do matematike ne more biti uspešno.

Negativne lastnosti

Večino idej, ki bralca odvrta od dobrih nasvetov učnega načrta, smo zasledili med didaktičnimi nasveti. Največ pozornosti namenjamo tistim, ki vodijo še v napačno razumevanje matematičnih konceptov.

V priporočilih za učenje geometrije in merjenja v nižjih razredih sta mnogo preveč poudarjena igranje in razvoj motoričnih spretnosti kot pa razvijanje matematičnega mišljenja. Poleg tega so rezultati nekaterih dejavnosti za mlajše otroke lahko matematično sporni, saj jim ustvarijo napačne predstave o temeljnih matematičnih konceptih. V prvem razredu najdemo cilje, ki zahtevajo izdelavo modelov likov in teles iz plastelina in gline. Primer matematičnega lika seveda ne more biti izdelek iz gline, čeprav je zelo tenak. Zasledimo pa tudi priporočila, naj otrok raziskuje koncepte, ki jih še ne pozna in tudi zanje ni predvideno, da bi se obravnavali na njegovi stopnji (primer prostornine) ali pa so koncepti v resnici dejstva, za katere je potrebna definicija, ne pa raziskovanje (liha in soda števila). Pri učenju o številah smo naleteli na nekatere nesmiselne cilje, kot je za prvi razred zapisan cilj »oceniti število predmetov v množici, ki nima več kot 10 elementov« in njemu podoben cilj v tretjem razredu.

Nekatera didaktična priporočila vsebujejo nerazumne prepovedi ali omejitve obsega poučevane vsebine. Pri učenju naravnih števil v sedmem razredu k dokaj pozno uvedenemu cilju »*usvojiti in uporabljati pojme: je deljivo, je večkratnik, je delitelj*« didaktično priporočilo pove, da naj »*učenec/učenka največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh števil ugotavlja le na pamet in s preprostimi algoritmi, ne pa z razcepom na prafaktorje*«. V načrtu je cilj »*dano število razcepiti na prafaktorje*« zapisan pred omenjenim priporočilom!

Naš učni načrt pravi, da se izogiba učenju klasičnih algoritmov, ker teh algoritmov zaradi sodobne tehnologije ne uporabljamo več. Massachusettski učni načrt pokaže drug pristop, ko pravi: »*Takoj ko so učitelji prepričani, da učenci razumejo strukturo posamezne operacije, morajo naučiti učence konvencionalni algoritem za to operacijo. Čeprav se od učencev na MCAS matematičnem testu ne bo zahtevalo, da pokažejo uporabo standardnega algoritma, se pričakuje, da jim bo predstavljen kot teoretično in praktično pomembna računaska metoda.*«

Bralca učitelja od dela gotovo odvrta tudi vsebine, ki naj bi se obravnale 0 ur. V šestem razredu naj bi se edini cilj merjenja pri geometriji »*cilji so enaki kot v četrtem in petem razredu*« z didaktičnim priporočilom: »*Učenci/učenke ponovijo in utrdijo že usvojeno znanje o merjenju ter ga dopolnijo. Spoznajo tudi*

³ TIMSS 2003 kaže, da se matematike rada uči tretjina učencev osmih razredov, vsi drugi pa se je ne učijo radi. Po TIMSS iz leta 1995 se je matematiko rada učila polovica učencev.

nekatero nove enote: a, ha, km², m³, dm³, cm³, mm³, 1°, 1'.«, dosegel v 0 urah. Tudi v sedmem razredu naj bi učenci v 0 urah dosegli »pregledno ponovitev znanja, pridobljenega v šestem razredu«. Verjamemo, da obstaja razlaga za navedenih 0 ur, vendar bi morala biti zapisana tudi v načrtu.

Negativen vpliv na bralca pustijo pojasnila o tem, česa ni v učnem načrtu.

- Izvemo, da učni načrt ne predvideva obvezne uporabe matematičnih didaktičnih programov, ker *»učinkovitost tako pridobljenega znanja še ni zadovoljivo preverjena, ker je tovrstno znanje mogoče učinkovito učiti tudi brez računalnika in ker je kakovost poučevanja močno odvisna od učiteljevega/učiteljičinega interesa za tehnologijo«*. Kakovost učiteljevega poučevanja ne bi smela biti odvisna od njegovega interesa.
- Navedeno je, zakaj so bili avtorji načrta zadržani pri navajanju korelacij med predmeti v učnem načrtu. Vsi razlogi so sporni za matematike in za uporabnike matematike z drugih področij, najbolj pa zadnji, ki pravi, da *»je znanje, ki se ga učenec nauči pri matematiki, še nekaj časa tako zahtevno, da ga zelo težko povezuje in uporablja pri drugih predmetih (npr. fiziki, kemiji), kjer se srečuje s številnimi drugimi zahtevnimi pojmi. Z drugimi besedami: uporaba zahtevnejših in za učenca še ne do konca usvojenih pojmov iz enega predmeta pri drugem, na nivoju dejanske vsebine predmeta (in ne na poenostavljen način v funkciji ponazoritve), pomeni za učenca/učenko še dodatno obremenitev in težavo pri že tako zahtevnem učenju matematike oz. drugega predmeta.«*

Otrok se ima pravico naučiti matematiko, da bi znal fiziko in kemijo, saj učni načrti teh predmetov temeljijo na določenem znanju matematike. Narobe je, da učni načrt zahteva, da so primeri uporabe matematike v drugih predmetih le za »zglede pri matematiki«.

Od pogloblitnega namena učnega načrta, naučiti matematiko, odvrta učitelje še razdelitev standardov na minimalne in temeljne. Učni načrt na začetku razloži, da so

- minimalni standardi *»dosežki praviloma vseh učencev na določeni razvojni stopnji«* in *»izhajajo iz ciljev preverjanja ter ocenjevanja«,*
- temeljni pa so *»dosežki učencev na določeni razvojni stopnji«* in *»izhajajo iz ciljev pouka«*.

Iz tega razumemo, da naj bi učitelji preverjali in ocenjevali minimalno znanje, čeprav učijo temeljno, in to pomeni odvrtačenje učencev od lastnega truda za čim večjim matematičnim znanjem. Učenci ne morejo pridobiti realnega občutka o svojem znanju ali veselja do učenja brez povratne informacije o svojem znanju vsebin, ki so se jih učili. Zahteva po preverjanju in ocenjevanju le minimalnega znanja pojasnjuje tudi nesorazmerje med velikim deležem visoko

samozavestnih mlajših učencev⁴ in njihovim nizkim realnim znanjem matematike, ki smo ga izmerili v TIMSS 2003.

Za višje razrede velja, da naj bi učenec z doseganjem minimalnih standardov dosegel pozitivno oceno, temeljni standardi pa so opredeljeni kot »najpomembnejše matematično znanje«. Matematiki se ne moremo strinjati s tem, da je učenec ocenjen pozitivno, če ne doseže najpomembnejšega matematičnega znanja.

Sklep

Slovenski učni načrt ni napisan jasno ali razumljivo. Vsebinsko potrebuje nekaj temeljitih popravkov. Od truda za čim boljše in obsežnejše matematično znanje odvrča učitelje, s svojimi didaktičnimi priporočili pa še učence. Staršem ne pojasni dovolj, katero matematično znanje pričakuje od učencev. Od neodvisnih piscev učbenikov zahteva, da se s pričakovanji učnega načrta seznanijo še iz drugih virov, najlažje iz že napisanih in za uporabo potrjenih drugih učbenikov tistih avtorjev, ki so sestavili učni načrt.

Ker na srečo učni načrt ni edini vir poučevanja, ki je na voljo učiteljem matematike, poučevanje matematike v Sloveniji ne odseva prav vse zmede učnega načrta. Napisanih je mnogo učbenikov, učitelji pod okriljem različnih institucij in oblik sodelujejo med seboj in za naslednja leta so predvideni tečajji strokovnega izobraževanja za učitelje matematike. Verjamemo, da dobrega učitelja nič ne ustavi pri odličnem poučevanju, tudi pomanjkljiv učni načrt ne. Kljub temu je nujno, da se za vse tiste, ki bi šele radi postali odlični učitelji, učni načrt zapiše bolje, kot je zapisan sedaj, vsaj v naslednjem:

- Splošni cilji

Potrebna je nova definicija splošnih ciljev matematike v osnovni šoli, ki bo težila k večjemu, ne manjšemu matematičnemu znanju naših učencev. Zaradi jasnih ciljev bi morale postati učenje lažje in privlačnejše za učitelje in učence.

- Zapis

Jasnost učnega načrta bi bilo mogoče precej izboljšati z natančnimi definicijami pojmov in strogo ločitvijo vsebinskih in didaktičnih ciljev. Strokovni pregled ciljev od prvega razreda navzgor bi ustvaril sliko o napredovanju pričakovanega znanja učencev iz enega v drugi razred. Prerazporediti je treba vsebine, ki ne napredujejo iz razreda v razred. Glede na učne načrte srednjih

⁴ Raziskava TIMSS 2003 je pokazala, da ima v Sloveniji 77 % četrtošolcev visoko samozavest o svojem znanju matematike, kar je bil daleč največji delež med drugimi državami. Povprečni matematični dosežek visoko samozavestnih slovenskih učencev pa je bil med dosežki skupin visoko samozavestnih otrok iz drugih držav najnižji.

šol in gimnazij ter deleže učencev, ki se vpisujejo vanje, bi bilo treba vsebinam v osnovni šoli določiti prioritete pri obravnavanju v razredu in spremeniti obseg temeljnega matematičnega znanja.

- Decimalna števila

Premisliti je treba o učenju decimalnih števil in ulomkov. Nujno jih je uvesti na razredno raven, čeprav učitelji razrednega pouka na poučevanje teh vsebin ne morejo biti pripravljeni. V času njihovega študija decimalna števila niso bila v programu razrednega pouka. Slovenski problem obravnave decimalnih števil je uvedba abstraktnega pojma decimalnega števila v enem zamahu v 12. letu otrokove starosti. V svetu se decimalna števila učijo bolj zgodaj in postopno ter vzporedno z ulomki⁵, kakor pravi tudi učni načrt Massachusettsa: *»Ko učenci napredujejo skozi razrede osnovne šole, računajo s števili z več decimalnimi mesti, ocenjujejo, da bi preverili rezultat računanja z velikimi števili, in uporabijo konkretne predmete, da modelirajo operacije z ulomki in decimalnimi števili.«*

- Simbolno računanje

Odlaganje računanja z obrazci in pozna uvedba simbolnega računanja, spremenljivk in neznank onemogočajo učenje naravoslovnih predmetov, kjer morajo učenci iz splošne formule izraziti s simbolom zapisano količino. Matematika jih temeljito nauči le delo s številskimi vrednostmi. Prav gotovo slovenski učenci tudi zato v znanju matematike zaostajajo za učenci v Indiani, ki že v četrtem razredu dosegajo cilj: *»Učenec uporabi in interpretira formule, da odgovori na vprašanja o količinah in njihovih povezanostih. Primer: Zapiši formulo za ploščino pravokotnika z besedami. Nato postavi d za dolžino, s za širino in p za ploščino. Zapiši formulo s temi simbol.«*

- Enačbe

V luči rezultatov mednarodnih primerjav se je pokazalo, da ni dobro, da enačbe do devetega razreda niso predstavljene kot orodje za reševanje problemov ali, kar je v drugih državah nekaj običajnega, kot model za opisovanje določene matematične situacije. Cilj o zapisovanju enačbe za problem v besedilni nalogi se pojavi v učnem načrtu le enkrat, šele v devetem razredu. Enačbe bi morale biti povezane z učenjem o linearni funkciji. Linearna funkcija pa bi morala zajeti tudi primere spreminjanja zveznih količin.

⁵ Najprej srečajo števila z enim decimalnim mestom, ki so otrokom znana iz okolice (delež maščobe v mleku, razdalje na cestnih tablah), potem z dvema mestoma (računanje z denarno enoto), nato preidejo na računanje s števili, ki imajo različno število decimalnih mest, in šele po mnogih letih uporabe decimalnih števil z do dvema decimalnima mestoma preidejo na zapise števil s poljubnim številom decimalnih mest.

- Negativni vpliv

Iz učnega načrta je treba odstraniti vse ideje, ki kakor koli odvrtačajo učitelje in učence od dela z matematiko.

Po analizi učnega načrta lahko ugotovimo tudi nekaj razlogov za nižje matematično znanje naših učencev v mednarodnih primerjavah. Starejši učenci ne znajo reševati besedilnih nalog, ker se tega s pomočjo enačb ne učijo, reševanje s premislekom v naših šolah pa mora biti omejeno na lažje primere. Mlajši učenci ne znajo decimalnih števil in ulomkov, ker se o njih ne učijo, starejši pa ne, ker se morajo o njih naučiti vse naenkrat. Sistematičnega zapisovanja reševanja nalog učenci ne znajo, ker vso osnovno šolo večino nalog rešujejo s premislekom. Linearne funkcije in enačb ne znajo, ker je to na programu prav na koncu osnovne šole in nimajo priložnosti znanja pridobiti postopoma. Za znanje in učenje matematike učenci niso motivirani, ker dobijo pozitivno oceno, čeprav ne znajo temeljnih matematičnih konceptov.

Učni načrt se je pravkar prenovil. Pri tem so sodelovali tudi učitelji matematike v osnovnih šolah. Največ pozornosti so posvetili razporeditvi vsebin po razredih. Upali smo, da bo novi prenovljeni učni načrt doživel tudi prenovno besedil skupnih poglavij. To pa bi zahtevalo, da bi morali slovenski matematiki na novo določiti temeljne cilje pouka matematike v osnovni šoli.

Literatura

- California Mathematics Content Standards. www.cde.ca.gov/be/st/ss/mthmain.asp.
- Indiana Mathematics Academic Standards. www.doe.state.in.us/standards.
- Klein, D. (2005). The State of State Math Standards 2005. Thomas Fordham Institute, Washington, www.edexcellence.net/institute/publication.
- Massachusetts Mathematics Curriculum Framework, November 2000; Supplement to the Massachusetts Mathematics Curriculum Framework, May 2004, www.doe.mass.edu/frameworks/current.html.
- Mullis, I. Martin, M., Gonzales, E., Chrostowski, S. (2004). TIMSS 2003 International Mathematic Report, Timss and Pirls International Study Center, Boston College.

Barbara JAPELJ PAVEŠIĆ, Nina ŽVAN, M.A., Zvonko PERAT, Ph.D.
(Educational Research Institute, Slovenia)

ELEMENTARY SCHOOL CURRICULUM FOR MATHEMATICS IN THE LIGHT OF INTERNATIONAL COMPARISONS

Abstract: In the article, we present the results of national analysis of the main Slovene mathematics curricular document, Curriculum for mathematics for 9 year elementary school. The aim of analysis was to help improve the national curriculum when studying factors which would explain the mathematics achievement gap between Slovene students and students in other countries found as a result of international comparative studies. Results were compared to the best graded American curricula found to be used in states (i.e. Massachusetts) which are scoring very high (similar to Asia) on international scales of students mathematics achievement. Analysis shows that Slovene curriculum contains parts which need to be improved because of ambiguities in written text, non consistent introduction of math contents through grades and too low expectations of student knowledge.

Keywords: mathematics curriculum, analysis, international comparisons.